Aufgabe mit Lösung: Aufgabe 1

Das Pendel einer Pendeluhr (siehe Bild) gibt mit einer halben Schwingung eine Sekunde an. Die wirksame Länge des Pendels ist bei Auslieferung auf exakt 100,00 cm eingestellt. (Es gilt: $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$ *.)*
Wie viele Minuten geht die Uhr an einem Tag vor oder nach?
Der Verstellbereich der Pendellänge ist +/- 0,5 cm. Lässt sich die Uhr so einstellen, dass sie exakt geht? Begründe rechnerisch!

a) Wie groß ist die Gangabweichung der Uhr pro Tag?

Zeit der Uhr: T = 2s´; 1 d´ = 24 h´ = 86400 s´ = 43200 · T
Schwingungsdauer: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1m}{9{,}81\frac{m}{s}}} = 2{,}00607s$ → 1 d´ = 86662 s

$\Delta t = 262s = 4:22min$

D.h.: Die Pendeluhr braucht 24:04:22 h um 24 h anzuzeigen. → Sie geht ca. 4 Minuten nach.

---

b) Kann man die Uhr exakt eichen?

Exakte Einstellung der Uhr:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{T^2}{(2\pi)^2}\cdot g = \frac{4s^2}{4\pi^2}\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} = 0{,}99396m \approx 99{,}4cm < 99{,}5cm$$

D.h.: Die Pendeluhr lässt sich nicht exakt einstellen.

Vorbereitung im Unterricht:
Aufgabe mit 8,95 m langem Pendel

- Diskussion: T = 6s → 1 ½ T = 9s
- Diskussion: Schwingungsdauer „von links nach rechts und wieder nach links"
- Gleichung: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ wiederholt

Anderer Weg zu a) 86400 s : 2,00607 s = 43069,3
Die Uhr schafft in 24 Stunden nur 43069 Schwingungen und damit 43069,3 · 2s = 86138,6 s ≈86139 s.
$\Delta t = 261s = 4:21min$

D.h.: Die Pendeluhr zeigt in 24 h nur 23:55:39 h an. → Sie geht ca. 4 Minuten nach.

Anderer Weg zu b)

Einstellung der Uhr innerhalb des vorgegebenen Verstellbereichs:

Weil l im Zähler steht, muss das Pendel verkürzt werden: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}995m}{9{,}81\frac{m}{s}}} = 2{,}001s$

Die lange Einstellung ist eigentlich nicht mehr notwendig → $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}005m}{9{,}81\frac{m}{s}}} = 2{,}011s$

Die Uhr geht immer nach, *(bei der kurzen Einstellung aber nur noch 45 s pro Tag.)*