

Lösung der Aufgabe 4:

Das Pendel einer Pendeluhr (siehe Bild) gibt mit einer halben Schwingung eine Sekunde an. Die wirksame Länge des Pendels ist bei Auslieferung auf exakt 100,00 cm eingestellt. (Es gilt: $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$.)

Wie viele Minuten geht die Uhr an einem Tag vor oder nach?

Der Verstellbereich der Pendellänge ist $\pm 0,5$ cm. Lässt sich die Uhr so einstellen, dass sie exakt geht? Begründe rechnerisch!

a) Wie groß ist die Gangabweichung der Uhr pro Tag?

$$\text{Zeit der Uhr: } T = 2s'; \quad 1 \text{ d}' = 24 \text{ h}' = 86400 \text{ s}' = 43200 \cdot T$$

$$\text{Schwingungsdauer: } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1m}{9,81\frac{m}{s^2}}} = 2,00607s \rightarrow 1 \text{ d}' = 86662 \text{ s}$$

$$\Delta t = 262s = 4 : 22 \text{ min}$$

D.h.: Die Pendeluhr braucht 24:04:22 h um 24 h anzuzeigen. \rightarrow Sie geht ca. 4 Minuten nach.

b) Kann man die Uhr exakt eichen?

Exakte Einstellung der Uhr:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{T^2}{(2\pi)^2} \cdot g = \frac{4s^2}{4\pi^2} \cdot 9,81\frac{m}{s^2} = 0,99396m \approx 99,4cm < 99,5cm$$

D.h.: Die Pendeluhr lässt sich nicht exakt einstellen.

Anderer Weg zu a)

$$86400 \text{ s} : 2,00607 \text{ s} = 43069,3$$

Die Uhr schafft in 24 Stunden nur 43069 Schwingungen und damit $43069,3 \cdot 2s = 86138,6 \text{ s} \approx 86139 \text{ s}$.

$$\Delta t = 261s = 4 : 21 \text{ min}$$

D.h.: Die Pendeluhr zeigt in 24 h nur 23:55:39 h an.

\rightarrow Sie geht ca. 4 Minuten nach.

Anderer Weg zu b)

Einstellung der Uhr innerhalb des vorgegebenen Verstellbereichs:

$$\text{Weil } l \text{ im Zähler steht, muss das Pendel verkürzt werden: } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,995m}{9,81\frac{m}{s^2}}} = 2,001s$$

Die lange Einstellung ist eigentlich nicht mehr notwendig \rightarrow

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,005m}{9,81\frac{m}{s^2}}} = 2,011s$$

Die Uhr geht immer nach, (bei der kurzen Einstellung aber nur noch 45 s pro Tag.)