

Rotationskörper

Mit Hilfe der Integralrechnung kann man auch Volumina berechnen. Wir betrachten hier nur Drehkörper.

Wenn eine Kurve um die x - Achse rotiert, kann man den entstehenden Drehkörper in schmale Schichten der Dicke Δx teilen und diese näherungsweise durch Zylinder ersetzen. Ähnlich wie vorhin erhält man für das Volumen die Formeln
Für die Zeichnung ergibt sich:

$$V_x = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \pi \cdot h \cdot \sum_{i=1}^4 r_i^2 = \pi \cdot \Delta x \cdot \sum_{i=1}^4 f(x_i)^2$$

Werden die Scheiben immer dünner und mehr, kommt man schließlich zu folgendem Integral:

$$V_x = \pi \cdot \int_{x_1}^{x_2} y^2 dx \quad \text{mit } x_1 = a \text{ und } x_2 = b$$

Hausaufgabe: LB S. 97ff durcharbeiten!

Suche die Herleitung im Lehrbuch und die Formel in der Formelsammlung!

Zum 21. 02. 2008 Aufgabe 1

Eine zur y - Achse symmetrische Parabel 4. Ordnung hat in $P(-2/-11)$ eine horizontale Tangente und schneidet die y -Achse im Punkt $Q(0/5)$

- Diskutiere die Funktion
- Berechne den Gesamtinhalt der zwischen den Kurven liegenden Flächenstücke
- Berechne den Inhalt der Körper die bei Rotation dieser Flächenstücke um die x - Achse entstehen.

Überlege, ob man bei Rotationskörpern die Differenzfunktion verwenden darf!

Lösung: $A = 31,39 \quad V = 770,38$

Zum 21. 02. 2008 Aufgabe 2

Eine Vase hat die Gestalt eines Rotationskörpers, der durch Drehung um die x - Achse des von

$$f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow \frac{x}{2} + 2 \sin(x) \quad x = \frac{\pi}{4} \quad x = \frac{11\pi}{6}$$

begrenzten Flächenstücks entsteht.

- Diskutiere die die Vase erzeugende Funktion!
- Berechne den Inhalt des Querschnitts der Vase!
- Berechne das Volumen der Vase

Lösung: $A = 15,67 \quad V = 51,57$

