Martin Wellmann

Lösung: **Übung für die Klausur am Mittwoch** Seite 1

A1: $f'(x) = \dfrac{2\cdot\sin\left(\frac{1}{2}x\right) - 2x\cdot\frac{1}{2}\cdot\cos\left(\frac{1}{2}x\right)}{\left[\sin\left(\frac{1}{2}x\right)\right]^2} = \dfrac{2\cdot\sin\left(\frac{1}{2}x\right) - x\cdot\cos\left(\frac{1}{2}x\right)}{\left[\sin\left(\frac{1}{2}x\right)\right]^2}$

A2: $f(x) = \begin{cases} x+a; x<1 \\ 2x; x\geq 1 \end{cases}$

F'(x) = f(x) muss stetig (hier insbesondere an der Stelle x = 1) sein, damit F(x) differenzierbar ist (kein „Knick“ im Schaubild!). $\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1}(x+a) = 1+a = 2\cdot 1 = 2 \Rightarrow a = 1$

$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + x + c_1; x<1 \\ x^2 + c_2; x\geq 1 \end{cases}$ $F(0)=0 \Rightarrow c_1 = 0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 1} F(x) = \frac{1}{2}+1 = \frac{3}{2} = F(1) \Rightarrow c_2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + x; x<1 \\ x^2 + \frac{1}{2}; x\geq 1 \end{cases}$

A3: $3^{2x} + 27 = 12\cdot 3^x$ → Substitution → $z = 3^x \Rightarrow z^2 - 12z + 27 = 0$
→ $z_1 = 9$ → $x_1 = 2$
→ $z_2 = 3$ → $x_2 = 1$

A4: $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -12 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) D. h.: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC} = -12+12+0 = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ ist rechtwinklig bei Punkt B.

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-d_1 \\ 7-d_2 \\ 0-d_3 \end{pmatrix} \Rightarrow D(0/3/12)$

c) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{DC}\right| = \sqrt{9+16+144} = 13$ und $\left|\overrightarrow{BC}\right| = \left|\overrightarrow{DA}\right| = \sqrt{16+9+0} = 5$

$\Rightarrow u = 2\cdot 13 + 2\cdot 5 = 36LE$ und $\Rightarrow A = 13\cdot 5 = 65VE$

d) Zeichnung zu Aufgabe 4d → Siehe Seite 2!

e) Gib die Koordinatenform der Ebene ABCD an!

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -12 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Mit dem Vektorprodukt erhält man den Normalenvektor $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -12 \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 \\ 48 \\ 25 \end{pmatrix}$

und aus $A \in E$ folgt damit: E: $36x_1 + 48x_2 + 25x_3 = 444$

Martin Wellmann

Lösung: **Übung für die Klausur am Mittwoch** Seite 2