19.11.2009 # Lösung 12 d

Martin Wellmann

Gegeben sei die Funktion $s = f(t) = \sin(t) - \frac{1}{2}$ im Intervall I = $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

Berechne den Inhalt der Fläche, der im angegebenen Intervall zwischen dem Schaubild und der t - Achse liegt.

Wiederholung: Die Sinusfunktion ist im I. **und** II. Quadranten positiv, weshalb es für die Gleichung: $\sin(x) = \frac{1}{2}$ zwei „Klassen“ von jeweils unendlich vielen Lösungen gibt:

$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ und $x_2 = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi$ jeweils mit $k \in \mathbb{Z}$.

Wir berechnen die Nullstellen unserer Funktion $s = f(t) = \sin(t) - \frac{1}{2}$ → $\sin(t) = \frac{1}{2}$

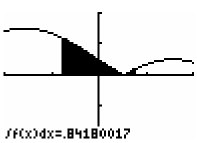
Wegen $t \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ kommt für unsere Aufgabe nur $t = \frac{\pi}{6}$ in Frage. (Siehe oben.)

$$\left|\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \left(\sin(t) - \frac{1}{2}\right) dt\right| + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\sin(t) - \frac{1}{2}\right) dt = \left|\left[-\cos(t) - \frac{1}{2}t\right]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}}\right| + \left[-\cos(t) - \frac{1}{2}t\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} =$$

$$A = \left|-\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{\pi}{12} - \left(-\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{\pi}{8}\right)\right| + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{\pi}{8}\right) - \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{\pi}{12}\right) =$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{\pi}{12} - \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{\pi}{12} = \sqrt{3} - \sqrt{2} + \frac{\pi}{6}$$

Nachdem das ohne GTR ziemlich schwierig war (und so in der Klausur auch nicht dran kommt), jetzt die einfache Lösung mit GTR:



Zusätzlich können wir noch das Ergebnis von oben kontrollieren →

```
Ans
            .8418001659
√(3)-√(2)+π/6
            .8414360208
```

→ Stimmt ☺