

zu c) Ohne GTR: $f(x) = x^2 - x^4$ In dieser ist die Stammfunktion leicht zu bilden und man erkennt, dass das Schaubild symmetrisch zur y - Achse und nach unten geöffnet ist („-“ vor x^4)

$f(x) = x^2 - x^4 = -x^2(x^2 - 1) = -x^2(x - 1)(x + 1)$ Man erkennt Nullstellen -1; 0 und 1

$$\int_{-1}^0 f(x) dx = \left[-\frac{x^5}{5} + \frac{3^3}{3} \right]_{-1}^0 = 0 - \left(-\frac{(-1)^5}{5} + \frac{(-1)^3}{3} \right) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \left[-\frac{x^5}{5} + \frac{3^3}{3} \right]_0^1 = -\frac{1^5}{5} + \frac{1^3}{3} - 0 = -\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \left[-\frac{x^5}{5} + \frac{3^3}{3} \right]_{-1}^1 = -\frac{1^5}{5} + \frac{1^3}{3} - \left(-\frac{(-1)^5}{5} + \frac{(-1)^3}{3} \right) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3} \right) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

Man sieht also, dass in dem Fall, dass sich im Innern des Intervalls ein Berührungspunkt ohne Vorzeichenwechsel befindet, dieser ignoriert werden kann.

zu c) Mit GTR:

The image shows a sequence of calculator screens for the function $f(x) = x^2 - x^4$.
 1. The first screen shows the function input: $Y1 = -X^4 + X^2$.
 2. The second screen shows the graph window with $X_{min} = -3$, $X_{max} = 3$, $Y_{min} = -2$, $Y_{max} = 2$. The graph is barely visible.
 3. The third screen shows the graph with a zoomed-in view of the area between $x = -1$ and $x = 1$. The integration result is $\int f(x) dx = .1333333333$, which is $\frac{2}{15}$.
 4. The fourth screen shows the zoomed-in graph with the integration result $\int f(x) dx = .2666666667$, which is $\frac{4}{15}$.

zu d) Die Achsen und das Schaubild von $g(x) = \sqrt{4 - x}$ begrenzen eine Fläche! Berechne den Inhalt!

Ohne GTR:

$f(0) = 2$ und $D =]-\infty; 4]$, das heißt mit „die Achsen“ sind die positive x - und die positive y - Achse gemeint. Die Integrationsgrenzen sind als 0 und 4. Skizze siehe „Mit dem GTR“

$$A = \int_0^4 \sqrt{-x + 4} dx = \left[-\frac{2}{3} \sqrt{(-x + 4)^3} \right]_0^4 = 0 - \left(-\frac{2}{3} \sqrt{64} \right) = \frac{16}{3} = 5,3\bar{3}$$

zu d) Mit GTR:

The image shows a calculator screen for the function $g(x) = \sqrt{4-x}$.
 - The window settings are: $X_{min} = -1$, $X_{max} = 5$, $Y_{min} = -2$, $Y_{max} = 3$.
 - The graph shows the curve in the first quadrant, bounded by the x-axis and the y-axis.
 - The integration result is $\int f(x) dx = 5.3333714$.