11.11.2009

Martin Wellmann

Lösung Aufgabe 3 von den

Übungen zum Beweisverfahren der vollständigen Induktion:

Aufgabe 3: Beweise: Beweise: Für alle natürlichen Zahlen n gilt:

$11^{n+2} + 12^{2n+1}$ ist durch 133 teilbar. → H(n): $11^{n+2} + 12^{2n+1} = 133 \cdot z;\ z \in \mathrm{N}$

IA: n = 0: $11^2 + 12^1 = 121 + 12 = 133 = 133 \cdot 1;\quad 1 \in \mathrm{N}$

IS - IVor.: n = k: $11^{k+2} + 12^{2k+1} = 133 \cdot a;\ a \in \mathrm{N}$

IS - IBeh.: n = k: $11^{k+} + 12^{2k+3} = 133 \cdot b;\ b \in \mathrm{N}$

IS - IBew.: z. z. H(k) $\Rightarrow$ H(k+1)

$$11^{k+3} + 12^{2k+3} = 11 \cdot 11^{k+2} + 144 \cdot 12^{2k+1} = 11 \cdot 11^{k+2} + (133 + 11) \cdot 12^{2k+1} =$$
$$11 \cdot (11^{k+2} + 12^{2k+1}) + 133 \cdot 12^{2k+1} = 11 \cdot 133 \cdot a + 133 \cdot 12^{2k+1} = 133 \cdot (11a + 133 \cdot 12^{2k+1})$$

Da $11a + 133 \cdot 12^{2k+1}$ eine natürliche Zahl ist, ist die Aussage bewiesen.