

## Übung für die Klausur

**1. Aufgabe:**

- a) Gib die Definitionen für die Begriffe Monotonie, Beschränktheit und Grenzwert an!
- b) Gegeben ist die Zahlenfolge  $B_n$  mit  $b_n = \frac{n^2 - n + 4}{n^2 - n + 1}$ ;  $n \geq 1$

Beweise der Reihe nach jeweils unter Anwendung der entsprechenden Definition:

- a)  $B_n$  ist beschränkt.  
b)  $B_n$  ist streng monoton.  
c)  $B_n$  konvergiert gegen  $g = 1$ .

**2. Aufgabe:**

Gegeben ist die Zahlenfolge  $A_n$  durch  $a_n = \frac{n^2}{3n^2 + 1}$ ;  $n \geq 1$

- a) Gib die ersten zwei Glieder auf drei Dezimalen genau an! (Ohne GTR!!)
- b) Stelle eine Vermutung für das Monotonieverhalten, und die größte untere Schranke auf (Mit GTR!!) und beweise diese!
- c) Jemand behauptet, dass 0,3 eine obere Schranke sei. Für wieviel Zahlenfolglieder gilt diese Vermutung?
- d) Beweise rechnerisch, dass  $S = \frac{1}{3}$  die kleinste obere Schranke ist!
- e) Schließe aus den Ergebnissen von b) und d) auf den Grenzwert von  $(a_n)$ !
- f) Berechne mit Hilfe der Grenzwertsätze den Grenzwert von  $A_n$ ! Die verwendeten Grenzwertsätze sind im Wortlaut anzugeben!