

Extremwertaufgabe vom 03. 07. 2009

Eine oben offene Blechkiste mit quadratischer Grundfläche wird aus ebenen Blechen zusammen geschweißt und hat ein Volumen von 150 l. Jede Kiste bekommt einen Deckel.
 Ein Quadratmeter Blech kostet 112,00 Euro, ein Deckel kostet inklusive Dichtung, Scharnieren, Schloss und Montage pro Quadratmeter 210,00 Euro. Ein Meter Schweißnaht verursacht Kosten in Höhe von 10,00 Euro.

a) Welche Maße muss die Kiste haben, damit sie möglichst billig wird?

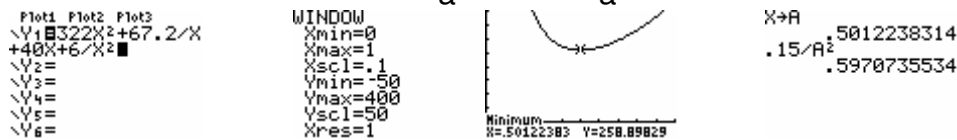
Maße des Quaders in m (Es geht natürlich auch anders.) $V = 150 \text{ l} = 0,15 \text{ m}^3$

$$V = a \cdot b \cdot c \text{ und } a = b \rightarrow V = 0,150 = a^2 \cdot c \rightarrow c = 0,150 \cdot a^{-2}$$

Kosten Funktion mit einer Variablen: $K(a,c) = a^2 \cdot 112 + 4 \cdot a \cdot c \cdot 112 + a^2 \cdot 210 + 4 \cdot a \cdot 10 + 4 \cdot c \cdot 10$

$$K(a) = 322a^2 + 448 \cdot a \cdot \frac{0,15}{a^2} + 40a + 40 \cdot \frac{0,15}{a^2}$$

$$K(a) = 322a^2 + \frac{67,2}{a} + 40a + \frac{6}{a^2} \rightarrow \text{Minimum mit GTR:}$$



Die Kiste muss 50,1 cm breit und 59,9 cm hoch sein, dann kostet sie 258,90 Euro.

b) Welche Maße muss die Kiste haben, wenn darin würfelförmige Pakete von 10cm Kantenlänge schlicht und lückenlos verpackt werden können? (Maße der Kiste können als Innenmaße angenommen werden.)

TABLE SETUP

TblStart=.1

ΔTbl=.1

IndEnt: Auto Ask

Depend: Auto Ask

X	Y1
50	258.89
60	268.59
40	273.02
50	258.89
60	268.59
40	273.02

X=.1

Bei einer Breite von 50 cm ist sie 60 cm hoch und kostet auch 258,90 Euro. Es würden 150 Würfel reinpassen - das Maximum bei 150 l Inhalt.
 Bei einer Breite von 60 cm wäre sie 41,7 cm hoch, würde 268,59 Euro kosten. Es würden nur 144 Würfel reinpassen.

Abwandlung der Aufgabe: Würfellänge 20cm:

Bei einer Breite von 50 cm ist sie 60 cm hoch und kostet auch 258,90 Euro. Es würden 12 Würfel reinpassen - sie wäre mit 96 l nur zu 64% ausgenutzt.

Bei einer Breite von 60 cm wäre sie 41,7 cm hoch, würde 268,59 Euro kosten. Es würden nur 18 Würfel reinpassen - sie wäre mit 144 l zu 96% ausgenutzt.

Bei einer Breite von 40 cm wäre sie 93,8 cm hoch, würde 273,02 Euro kosten. Es würden nur 16 Würfel reinpassen. Die Kiste 60cm·60cm·41,7cm ist also für diesen Kunden die beste Wahl.