Martin Wellmann

Mathematik Klasse 10 B

Arbeitsschritte bei einer Kurvendiskussion

1. Funktion aufschreiben → Wir nennen sie hier „***Ausgangsfunktion***"
2. **Ableitungsfunktion** aufschreiben → Wir brauchen sie für Monotonie und Extrema.
3. Definitionsbereich aufschreiben → Achtung bei Wurzeln und Brüchen!
4. Schnittpunkt mit der y - Achse → Für **x = 0** in ***Ausgangsfunktion*** einsetzen → S_Y(**0**(f(0))
5. Schnittpunkte mit der x - Achse → Für **y = 0** in ***Ausgangsfunktion*** einsetzen und die so entstandene Gleichung lösen. Hilfsmittel können sein: p - q - Formel, ausklammern, binomische Formeln. Man erhält die Nullstellen x_1; x_2; usw. und damit die Schnittpunkte $N_1(x_1/\mathbf{0})$; $N_2(x_2/\mathbf{0})$; usw.
6. Extrema berechnen → Für **y = 0** in **Ableitungsfunktion** einsetzen und die so entstandene Gleichung lösen. Hilfsmittel können sein: p - q - Formel, ausklammern, binomische Formeln. Man erhält die x - Werte von Punkten mit waagerechter Tangente x_1; x_2; usw. und damit nach Auswertung der Vorzeichen der Ableitungsfunktion die entsprechenden Hoch-, Tief- oder Sattelpunkte. Die y - Werte dieser Punkte erhält man, indem man die erhaltenen x_1; x_2; usw. in die ***Ausgangsfunktion*** einsetzt.
7. Schaubild K → bei f(x) K_f, bei g(x) K_g → Alle bei 4. bis 6 errechneten Punkte verwenden (ggf. weitere Punkte berechnen → Wertetabelle)
8. Eventuell Zusatzaufgaben mit Tangenten, Flächen o. ä. lösen.

Beispiel 2: Gegeben sei die Funktion: $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{x^2}{2}-2x+\frac{7}{6}$

Gib die erste Ableitung und den Definitionsbereich an und zeige, dass x_1 = -3,5 und x_2 = 1 Nullstellen sind! Berechne S_y! Berechne die Extrempunkte! Die Tangente t an K_f in S_y schneidet K_f in einem weiteren Punkt. Berechne diesen!

1. $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{x^2}{2}-2x+\frac{7}{6}$

2. $f'(x) = x^2 + x - 2$

3. D = R, weil es sich um eine ganzrationale Funktion handelt.

4. $f(0) = \frac{7}{6} \rightarrow S_y(0/\frac{7}{6})$ — Für **x = 0** in ***Ausgangsfunktion*** eingesetzt.

5. $f(1)=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-2+\frac{7}{6}=0$ — Hier muss man nicht die Gleichung f(x) = 0 lösen,

$$f\left(\frac{-7}{2}\right)=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{-7}{2}\right)^3+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{-7}{2}\right)^2-2\cdot\left(\frac{-7}{2}\right)+\frac{7}{6}=$$

$$\frac{-343}{24}+\frac{147}{24}+\frac{168}{24}+\frac{28}{24}=0$$

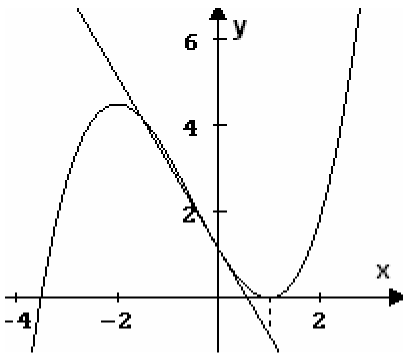
sondern nur f(-3,5) und f(1) berechnen!

6. $f'(x) = 0 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$ — p - q - Formel anwenden
   $\rightarrow x_1 = 1$ und $x_2 = -2$
   Das Schaubild der Ableitung ist eine oben offene Parabel, d.h.: links von -2 und rechts von 1 ist f(x) streng monoton wachsend, dazwischen fallend. D.h.: H(-2/4,5) und T(1/0) — x - Werte in die ***Ausgangsfunktion*** eingesetzen.

7. Wertetabelle / Schaubild

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	-4,167	2,667	4,5	3,333	1,167	0	1,833

8. Extraaufgabe Tangente



$y = m\cdot x + c$

$x = 0 \rightarrow c = \frac{7}{6}$

$m = f'(0) = -2$

$t: y = -2x + \frac{7}{6}$

t und K_f für Schnittpunkt gleichsetzen:

$$\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{7}{6}=-2x+\frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2=\frac{1}{6}x^2\cdot(2x+3)=0$$

$\Rightarrow x_1 = 0$; logisch, weil bei x = 0 ja die Tangente anliegt.

$\Rightarrow x_2 = -1{,}5 \Rightarrow S(-1{,}5/4{,}167)$ ist der gesuchte Schnittpunkt