Arbeitsschritte bei einer Kurvendiskussion

1. Funktion aufschreiben → Wir nennen sie hier „***Ausgangsfunktion***“
2. **Ableitungsfunktion** aufschreiben → Wir brauchen sie für Monotonie und Extrema.
3. Definitionsbereich aufschreiben → Achtung bei Wurzeln und Brüchen!
4. Schnittpunkt mit der y - Achse → Für **x = 0** in ***Ausgangsfunktion*** einsetzen → $S_Y(\mathbf{0}/f(0))$
5. Schnittpunkte mit der x - Achse → Für **y = 0** in ***Ausgangsfunktion*** einsetzen und die so entstandene Gleichung lösen. Hilfsmittel können sein: p - q - Formel, ausklammern, binomische Formeln. Man erhält die Nullstellen x_1; x_2; usw. und damit die Schnittpunkte $N_1(x_1/\mathbf{0})$; $N_2(x_2/\mathbf{0})$; usw.
6. Extrema berechnen → Für **y = 0** in **Ableitungsfunktion** einsetzen und die so entstandene Gleichung lösen. Hilfsmittel können sein: p - q - Formel, ausklammern, binomische Formeln. Man erhält die x - Werte von Punkten mit waagerechter Tangente x_1; x_2; usw. und damit nach Auswertung der Vorzeichen der Ableitungsfunktion die entsprechenden Hoch-, Tief- oder Sattelpunkte. Die y - Werte dieser Punkte erhält man, indem man die erhaltenen x_1; x_2; usw. in die ***Ausgangsfunktion*** einsetzt.
7. Schaubild K → bei f(x) K_f, bei g(x) K_g → Alle bei 4. bis 6 errechneten Punkte verwenden (ggf. weitere Punkte berechnen → Wertetabelle)

8. Eventuell Zusatzaufgaben mit Tangenten, Flächen o. ä. lösen.

Beispiel 1:
Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 - 5x + 6$.
Führe eine Kurvendiskussion durch und zeichne das Schaubild K_f.
In P(1/f(1)) werde die Tangente t an K_f gelegt. Zeichne auch t in das Schaubild ein. t und die Achsen begrenzen ein Dreieck. Berechne den Flächeninhalt und den Umfang!

Lösung:

1. $f(x) = x^2 - 5x + 6$

2. $f'(x) = 2x - 5$

3. D = R, weil es sich um eine ganzrationale Funktion handelt.

4. $f(0) = 0^2 - 5\cdot 0 + 6 = 6$ → $\underline{\mathbf{S_y = (0/6)}}$ — Für **x = 0** in ***Ausgangsfunktion*** eingesetzt.

5. $f(x) = 0$ → $x^2 - 5x + 6 = 0$ — Hier muss man die p - q - Formel anwenden.

$$x_{1,2} = -\frac{-5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 6}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$x_1 = 2$ → $\underline{\mathbf{N_1(2/0)}}$
$x_2 = 3$ → $\underline{\mathbf{N_2(3/0)}}$

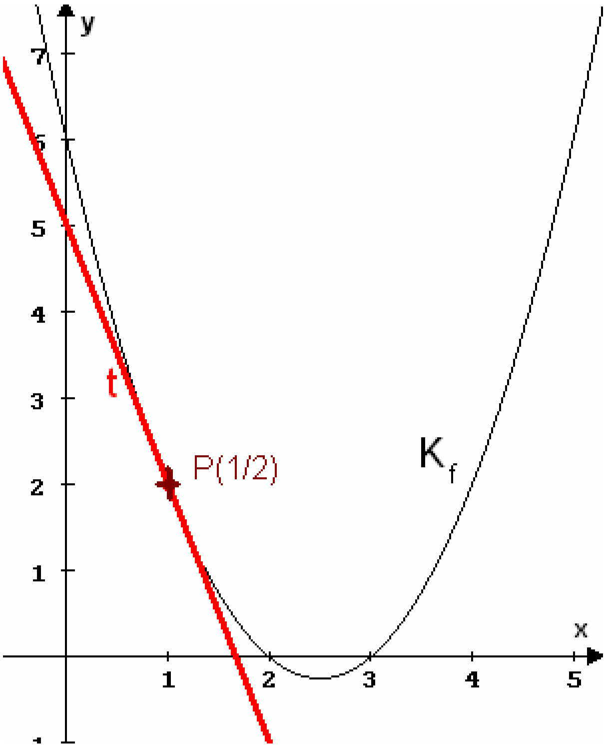
6. $f'(x) = 0$ → $2x - 5 = 0$ — Normale lineare Gleichung / erst + 5 dann | :2
$x = 2{,}5$
$f(2{,}5) = 2{,}5^2 - 5\cdot 2{,}5 + 6 = 0{,}25$ — Für x = 2,5 in ***Ausgangsfunktion*** eingesetzt.
<u>E(2,5/-0,25)</u>

Da das Schaubild der Ausgangsfunktion eine oben offene Parabel ist, muss es sich um einen Tiefpunkt handeln. — Hier ist also keine Monotoniebetrachtung notwendig.
→ **<u>T(2,5/-0,25)</u>**

Arbeitsschritte bei einer Kurvendiskussion

7. Wertetabelle / Schaubild

x	-1	0	1	2	2,5	3	4
y	12	6	2	0	-0,25	0	2



8. Extraaufgabe Tangente

$y = m \cdot x + c$
$x = 1$
$y = 2$ (siehe Wertetabelle)
$m = f'(1) = 2 \cdot 1 - 5 = -3$
$\rightarrow 2 = -3 \cdot 1 + c \rightarrow c = 5$
t: $y = -3x + 5$
Dreieck: $h = c = 5$

$$b: 0 = -3x + 5 \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot 5 = \frac{25}{6}$$

$$u = 5 + \frac{5}{3} + \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 5^2} = 11{,}94 \text{LE}$$