Mathematik Klasse 10 B Lösungen zu Blatt 3 vom 10.11.2010 Martin Wellmann

Aufgabe 1: $f'(x) = 3x^5 - 3$ $\qquad g'(x) = \dfrac{-1}{3\sqrt[3]{x^4}}$ $\qquad h'(x) = -\dfrac{6}{x^3}$

Aufgabe 2: Kurvendiskussion der Funktion $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$ **ohne GTR**

Ableitung: $f'(x) = 3x^2 + 4x + 1$

Definitionsbereich: $D = \Re$, weil f(x) eine ganzrationale Funktion ist.

Schnittpunkt mit der y - Achse: $f(0) = 0 \rightarrow S_Y = (0/0)$.

Schnittpunkte mit der x - Achse: y = 0 (in der **Ausgangsfunktion** f(x)!)

$f(x) = x^3 + 2x^2 + x = x \cdot (x+1)^2$

→ Erst x ausklammern, dann binomische Formel

→ Ein Produkt ist Null, wenn einer der Faktoren Null ist.

- $x^2 = 0$ → $x_1 = 0$ → $N_1 = (0/0) = S_Y$
- $(x + 4)^2 = 0$ → $x_2 = -1$ → $N_2 = (-1/0)$

Extrempunkte: y = 0 (Diesmal in der **Ableitungsfunktion** f´(x)!) mit der p - q - Formel:

$$f'(x) = 3x^2 + 4x + 1 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \quad \text{(Durch 3 geteilt.)}$$

$$x_{1,2} = -\frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} - \frac{1}{3}} = -\frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} - \frac{3}{9}} = -\frac{2}{3} \pm \frac{1}{3} \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{3}; x_2 = -1 \text{ weil: } \left(-\frac{p}{2}\right)^2 = \frac{p^2}{4}$$

- x = -1 → $x_1 = -\frac{1}{3}$ → $E_1 = (-\frac{1}{3} / -\frac{4}{27})$
- 3x - 8 = 0 → $x_2 = -1$ → $E_2 = (-1/0) = N_2$

Da das Schaubild der Ableitung eine nach oben offene Parabel ist, ist die Ableitung links von -1 und rechts von $-\frac{1}{3}$ positiv und dazwischen negativ. D.h.: Links von -1 und rechts von $-\frac{1}{3}$ ist die Ausgangsfunktion f(x) streng monoton wachsend, dazwischen fallend, d.h.: $E_1(-\frac{1}{3} / -\frac{4}{27})$ ist ein Tiefpunkt und E_2 (-1/0) ein Hochpunkt.

Tangente

t: y = mx + c mit m = f´(0) = 1
und P(0/f(0)) = (0/0)∈ t
0 =1·0 + c → c = 0 → t: y = x
Schnittpunkt →
Gleichsetzen von t und f(x):

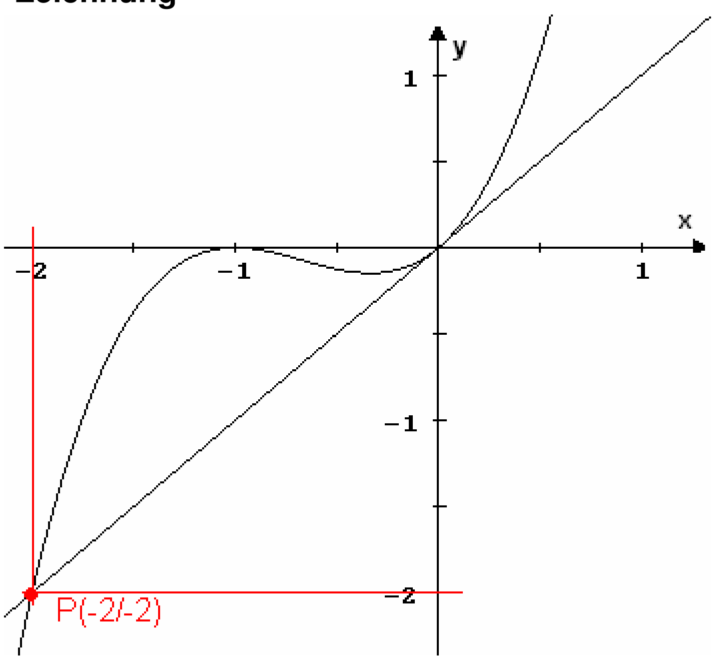
$x^3 + 2x^2 + x = x$ | -x

$x^3 + 2x^2 = 0$

$x^2(x+2) = 0 \Rightarrow$

x = 0 oder x = -2
→ P(-2/f(-2)) = (-2/-2) ist
der gesuchte Schnittpunkt

Zeichnung



<table>
<tr><th>Schnittpunkte mit der x-Achse</th><th>Hoch- und Tiefpunkte</th><th>Wendepunkte</th></tr>
<tr><td>N(-1,000| 0,000) m = 0,000
N(0,000| 0,000) m = 1,000</td><td>H(-1,000| 0,000) m = 0,000
T(-0,333| -0,148) m = 0,000</td><td>W(-0,667| -7,407 E-2) m = -0,333</td></tr>
</table>