Lösungen der Aufgaben 5 bis 7

5. Skizziere Schaubilder K_f von möglichst einfachen ganzrationalen Funktionen f(x), die folgende Eigenschaften haben und gib jeweils ein Beispiel an!

a) f(x) hat genau einen Tiefpunkt. → Jede Funktion $y = x^n$ mit geradem n → z. B.: $y = x^2$

b) f(x) hat genau einen Sattelpunkt. → Jede Funktion $y = x^n$ mit ungeradem n >2 → z. B.: $y = x^3$

c) f(x) hat zwei Tiefpunkte.

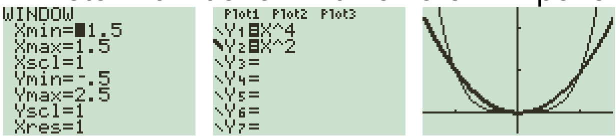
→ Bei einer ganzrationalen *(und jeder anderen stetigen)* Funktion *(stetig bedeutet, dass man das Schaubild ohne Absetzen des Stiftes zeichnen kann)* gibt es zwischen zwei benachbarten Tiefpunkten immer einen Hochpunkt. *(Wer mir etwas anderes zeichnen kann, bekommt eine Milchschnitte oder eine andere Süßigkeit ☺)*

Jetzt muss man wissen, dass bei großen x - Werten $x^4 > x^2$ ist und für $-1 < x < 1$

$x^4 < x^2$

Das heißt: Potenzfunktionen mit größerem Exponenten „dominieren" für $|x| > 1$,

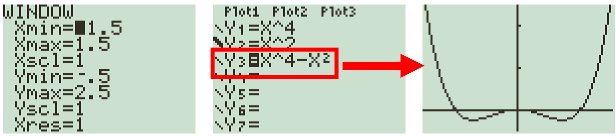
→ Potenzfunktionen mit kleinerem Exponenten „dominieren" für $-1 < x < 1$



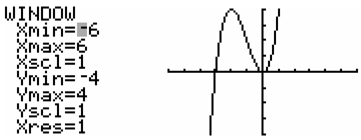
Lösung der Aufgabe c) könnte also sein: $y_3 = x^4 - x^2$

$y_1 = x^4$ (nach oben geöffnet) dominiert „außen".

$y_2 = -x^2$ (nach unten geöffnet) dominiert „innen" →sorgt für den benötigten Hochpunkt



6. Auf dem GTR ist bei angegebener Fensterwahl folgendes Schaubild zu sehen:



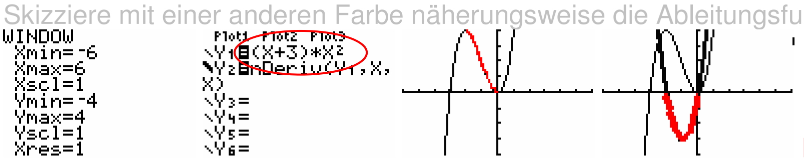
Wichtige Punkte

$N_1 = T = S_Y(0/0)$ (Schnittpunkt von K_f mit x- **und** y - Achse **und** Tiefpunkt)

$N_2(-3/0)$ (weiterer Schnittpunkt von K_f mit der x _-Achse)

Funktion wächst streng monoton links vom Hoch- und rechts vom Tiefpunkt.

Skizziere mit einer anderen Farbe näherungsweise die Ableitungsfunktion!



Rot: f(x) fällt → f´(x) ist negativ.

Wie lautet die Funktionsgleichung? (Probieren mit dem GTR ist erlaubt!)

Überlegung: Nullstelle -3 → Faktor (x - (-3)) = (x + 3)

Nullstelle 0 → Faktot (x - 0 = x

$f(x) = (x + 3) \cdot x = x^2 + 3x$ ist nur eine quadratische Funktion → Schaubild deutet auf 3. Grad

Versuch: $y = (x + 3) \cdot x^2 = x^3 + 3x^2$ (siehe oben)

7. Gib zu folgenden Funktionen die Ableitungsfunktion an! Funktionen zuerst in der Form $a \cdot x^n$ schreiben!

$f_1(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$; $f_2(x) = \frac{3}{\sqrt{x^3}} = 3x^{-\frac{3}{2}}$; $f_3(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^2 - x - 2{,}73$; $f_4(x) = \frac{3}{x} = 3x^{-1}$

$f_1'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $f_2'(x) = -\frac{9}{2}x^{-\frac{5}{2}} = \frac{-9}{2\sqrt{x^5}}$ $f_3'(x) = x^3 - \frac{4}{3}x - 1$ $f_4'(x) = -3x^{-2} = \frac{-3}{x^2}$