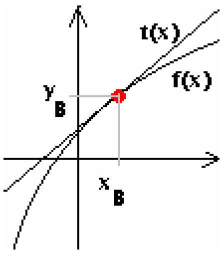
# Thema Tangenten




Vorüberlegungen:

- Funktion f(x) → Ein Punkt auf dem Schaubild ist z.B. $A(a/f(a)$ oder $B(x_B/f(x_B))$
- Tangente t → z.B.: t mit der Gleichung $y = m\cdot x + c$ oder $t(x) = m\cdot x + c$
- „berührt in B“→ $t(x_B) = f(x_B)$ (wie bei einem Schnittpunkt) **und:** $t'(x_B) = f'(x_B) = m$

Es gibt zwei Aufgabentypen:
a) Tangente **in B** an $K_f$ (Berührpunkt gegeben)
b) Tangente **von P** an $K_f$ (Beliebiger Punkt von t gegeben)

**Empfehlung:** Punkt – Steigungsform verstehen und anwenden:

g: $\frac{y-y_1}{x-x_1} = m$ mit P(x/y) → Beliebiger (beweglicher) Punkt von g

$P_1(x_1/y_1)$ → Fester (gegebener) Punkt von g

t: $\frac{y-f(x_B)}{x-x_B} = m = f'(x_B)$ $B(x_B/f(x_B))$ → Berührpunkt

a) Gegeben: $f(x) = \frac{(x^2-8)}{(x^2+4)}$; B(4/f(4)) Gesucht: Tangente an $K_f$ in B (Ohne GTR)

Hier falten - Lösung unten

---

Lösungsvorbereitung: $f(x_B) = \frac{(x_B{}^2-8)}{(x_B{}^2+4)} \Rightarrow f(4) = \frac{8}{20} = 0{,}4$

$$f'(x) = \frac{8x+16x}{(x^2+4)^2} = \frac{24x}{(x^2+4)^2} \Rightarrow f'(4) = \frac{96}{400} = 0{,}24$$

Lösung: $\frac{y-f(x_B)}{x-x_B} = f'(x_B) \Rightarrow \frac{y-0{,}4}{x-4} = 0{,}24 \Rightarrow y = 0{,}24x - 0{,}56$

**Thema Tangenten**

b) Gegeben: $f(x) = \frac{(x^2-8)}{(x^2+4)}$; Gesucht: Tangenten vom Tiefpunkt an $K_f$

Hier falten - Lösung unten

Lösungsvorbereitung: $f(x_B) = \frac{(x_B{}^2-8)}{(x_B{}^2+4)}$; $f'(x) = \frac{24x_B}{(x_B^2+4)^2}$ (siehe a)

Lösung:

$$\frac{y-f(x_B)}{x-x_B} = f'(x_B) \Rightarrow \frac{y-\frac{(x_B{}^2-8)}{(x_B{}^2+4)}}{x-x_B} = \frac{24x_B}{(x_B^2+4)^2} \Rightarrow \frac{y-\frac{(x_B{}^2-8)}{(x_B{}^2+4)}}{x-x_B} - \frac{24x_B}{(x_B^2+4)^2} = 0$$

$f'(x) = 0 \rightarrow x = 0$; $f(0) = -2$ Mit $y = y_T = -2$; $x = x_T = 0$ folgt daraus:

$$\frac{-2-\frac{(x_B{}^2-8)}{(x_B{}^2+4)}}{0-x_B} - \frac{24x_B}{(x_B^2+4)^2} = 0 \Rightarrow -2(x_B{}^2+4)^2 - (x_B{}^2-8)(x_B{}^2+4) + 24x_B^2 = 0$$

$\Rightarrow$ $-2x_B^4 - 16x_B^2 - 32 - x_B^4 + 4x_B^2 + 32 + 24x_B^2 = 0 \Leftrightarrow x_B^4 - 4x_B^2 = (x_B^2-4)x_B^2 = 0$

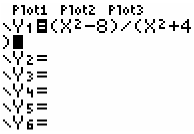
($x_B^2 = 0$ entfällt) $\Rightarrow x_B^2 = 4 \Rightarrow x_{B1} = 2$ und $x_{B2} = -2$

$f(2) = f(-2) = -0{,}5$ und $f'(2) = 0{,}75$ $f'(-2) = -0{,}75$ in

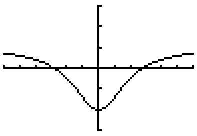
$\frac{y-f(x_B)}{x-x_B} = f'(x_B)$ eingesetzt ergibt $t_1$: $y = 0{,}75x - 2$ und $t_2$: $y = -0{,}75x - 2$

**Thema Tangenten**

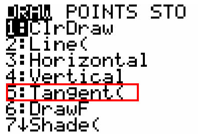
## Aufgabe a) →Lösungen mit dem GTR



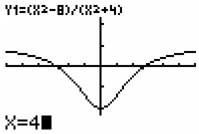

Funktion eingeben



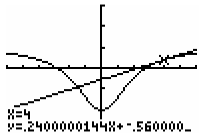
Fenster wählen „GRAPH“




2nd DRAW 5 Tangent(

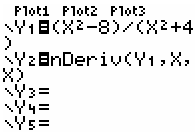



x- Wert eingeben



Enter
y = 0,24x - 0,56

## Aufgabe b) →Lösungen mit dem GTR



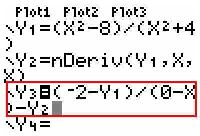

Y1: Funktion

Y2: Ableitung (Entweder Funktionsgleichung der Ableitung oder nDeriv(Y1,X,X)

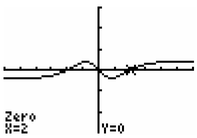
$$\frac{y-f(x_B)}{x-x_B}=f'(x_B)\Rightarrow\frac{y-f(x_B)}{x-x_B}-f'(x_B)=0 \quad \text{und mit} \quad \boxed{\begin{array}{l} f(x_B)=Y1 \\ x_B=X \\ f'(x_B)=Y2 \\ y=-2 \\ x=0 \end{array}}$$

ergibt sich aus $Y3=\frac{y-Y1}{x-X}-Y2=0$

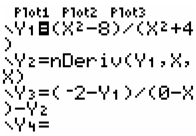
bzw. Y3 = (-2-Y1)/(0-X)-Y2

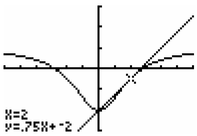


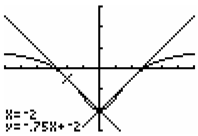

Von dieser Funktion sind die Nullstellen zu berechnen, welche den $x_B$ entsprechen:




Wegen der Symmetrie der Ausgangsfunktion sind die beiden möglichen x - Werte für Berührpunkte $x_{B1}$ = 2 und $x_{B2}$ = -2. (0 entfällt.) Mit ihnen verfährt man wie bei Aufgabe a:




Die beiden Tangenten von T an $K_f$ sind:

$t_1$: $y=0{,}75x-2$ und

$t_2$: $y=-0{,}75x-2$