Martin Wellmann

Lösungen

Aufgabe 1 und 2:

$$f'(x)=\frac{7x\cdot\cos(7x-1)-\sin(7x-1}{x^2}\qquad D_f = R\backslash\{0\}$$

$$g(x)=(5x-10)^{\frac{1}{2}}\qquad D_g=[2;\infty[$$

$$g'(x)=\frac{5}{2}(5x-10)^{-\frac{1}{2}}=\frac{5}{2\sqrt{5x-10}}\qquad G(x)=\frac{2}{15}(5x-10)^{\frac{3}{2}}+c=\frac{2}{15}\sqrt{(5x-10)^3}+c$$

$$F(x)=\frac{3}{4}x^4-\frac{1}{2x^2}+c$$

Aufgabe 3: Berechne a mit a > 1, wenn gilt: $\int_1^a 3x^2dx=26$

Ganz normal den Hauptsatz verwenden, nach a auflösen → **a = 3**

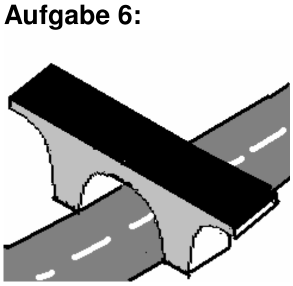
Aufgabe 4: Gegeben seien die Funktionen f(x) = x² - 2x + 2 und g(x) = -x + 4
Die Schaubilder beider Funktionen schließen eine Fläche ein.
Zeichne die Schaubilder beider Funktionen in ein Koordinatensystem
($-2\le x\le 3$), schraffiere die gesuchte Fläche und berechne den Inhalt!

Schnittpunkte berechnen → Integrationsgrenzen!!
Skizze → Was ist oben, was unten?
Differenzfunktion integrieren (mit dem Hauptsatz)!

Ergebnis: A = 4,5 FE

Hinweis: Zum Übern könnt Ihr Eure Ergebnisse aber mit dem GTR überprüfen.

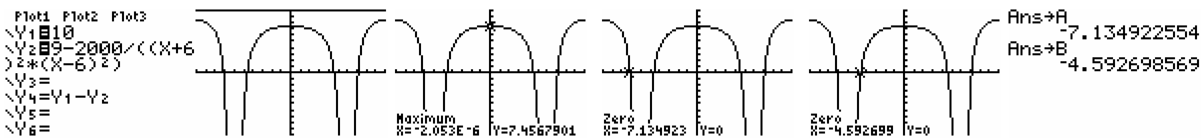
Aufgabe 6:



Gegeben seien im Intervall [-10;10] die Funktionen $f(x)=9-\frac{2000}{(x-6)^2\cdot(x+6)^2}$ und g(x) = 10,
welche die Seitenansicht einer 20 m langen und 10 m breiten massiven Steinbrücke bilden. Der Boden befindet sich auf dem Niveau y = 0. Alle Angaben in Meter.
Unter der Brücke führt mittig eine sieben Meter breite Straße hindurch.

a) Untersuche f(x) auf Schnittpunkte mit den Achsen, Extrempunkte und Symmetrie!
b) Können sich unter der Brücke zwei 4 m hohe und 2,5 m breite LKW begegnen, wenn sie in einem seitlichen Mindestabstand von 1 m fahren?
c) Berechne den Inhalt der Seitenfläche der Brücke!
d) Aus wie viel m³ Stein besteht die Brücke

zu a) Schnittpunkte und Hochpunkt:

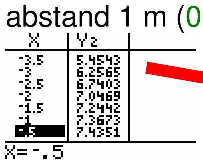


Mit dem GTR: S_y = H(0/7,46) N_1(-7,135/0) → N_4(7,135/0) N_2(-4,593/0) → N_3(4,593/0)

zu a) Symmetrie:

$$f(-a)=9-\frac{2000}{(-a-6)^2\cdot(-a+6)^2}=9-\frac{2000}{(a+6)^2\cdot(a-6)^2}=f(a)\Rightarrow$$ Schaubild symm. zur y-Achse

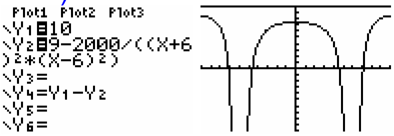
zu b) x = 0 Straßenmitte → x = -3 bzw. x = 3 → Außenkanten der LKW, wenn Mindestabstand 1 m (0,5 + 2,5 + 1 + 2,5 + 0,5 = 7 → Sogar ½ m zum Straßenrand bleibt.)



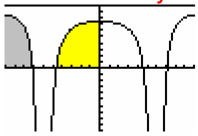
f(-3) = f(3) = 6,26 > 4
f(-3,5) = f(3,5) = 5,45

Ob mit einem Meter Abstand → f(3) oder ganz am Straßenrand → f(3,5):
Die LKW können auf jeden Fall gefahrlos die Brücke durchqueren.

zu c) Für die Flächenberechnung nutzen wir die Symmetrie und die Nullstellen aus Aufgabe a) aus.

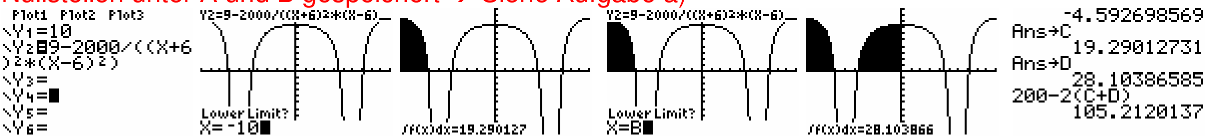


oder



Die Seitenfläche der Brücke ist das Rechteck 20m·10m = 200 m² vermindert um zweimal die graue und zweimal die gelbe Fläche.

Nullstellen unter A und B gespeichert → Siehe Aufgabe a)



Unter C ist die graue, unter D die gelbe Fläche gespeichert → Die Seitenfläche beträgt also 105,21m².

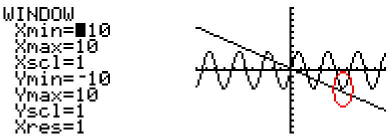
zu d)

Wegen V = A·h, was für alle Körper gilt, bei denen alle zur Grundfläche parallelen Schnittflächen durch Verschiebung der Grundfläche hervorgehen, gilt V = 105,21m² · 10m = 1052,1m³.

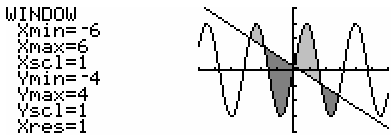
10m Breite siehe oben in der Aufgabenstellung.

Aufgabe 7: Gegeben seien die Funktionen f(x) = 3·sin(2x) und $g(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}$.

Skizziere die Schaubilder, schraffiere die Fläche, die von beiden Schaubildern eingeschlossen wird und berechne ihren Flächeninhalt auf sechs Dezimalstellen genau!

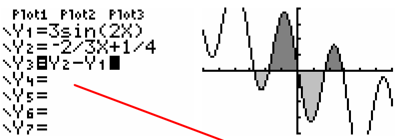


Falls es im roten Kringel Unklarheiten gibt, sollte man das Fenster vergrößert einstellen.

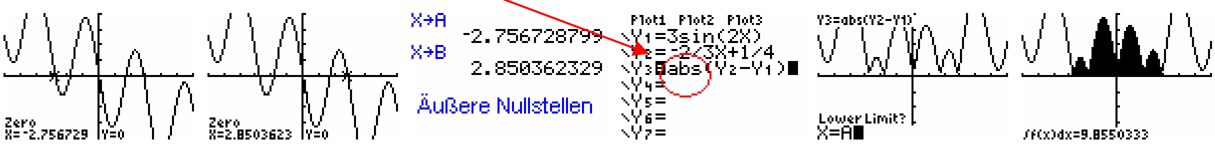


Mit dem neuen Fenster, sieht man, dass es vier Teilflächen gibt (abwechselnd hell - und dunkelgrau). Man müsste also alle fünf Schnittpunkte ausrechnen, die x - Werte speichern und vier Integrale ausrechnen, wenn es nicht die Betragsfunktion gäbe ☺

Also weiter mit der Differenzfunktion:



Die Differenzfunktion hat also fünf Nullstellen (Achtung!, die mittlere ist nicht 0!) Die hellgrauen Flächen liegen unter der x-Achse → Vorzeichen umkehren!
Anders und einfacher wird es, wenn man mittels Betragsfunktion (MATH → NUM) die hellgrauen Flächen „hochklappt". Dann braucht man nur noch die beiden äußeren Nullstellen. Diese muss man aber vor der Anwendung der Betragsfunktion speichern, weil der GTR zum Finden der Nullstellen einen VZW braucht.



Der Flächeninhalt beträgt also 9,855033 FE.

Achtung: Der GTR ist bei der Berechnung der Fläche etwas langsam → Geduld ☺

Bemerkung: Die Erstellung dieser Seite ist nicht nur Lösung, sondern auch der Versuch, es Euch zu erklären. Das hat einige Minuten ☺ gedauert. Wer sich aber die Zeit nimmt, das alles (mit dem GTR in der Hand) Stück für Stück zu verstehen, wird davon sicher profitieren.