28.01.2011

Lösung Aufgabe 6 ab

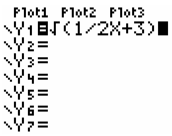
Martin Wellmann

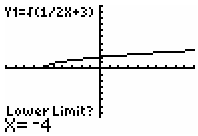
---

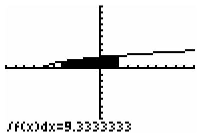
zu a) Ohne GTR: Funktion in Potenzschreibweise → Stammfunktion → Einsetzen → Fertig!!

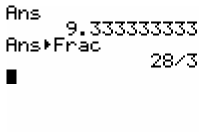
$$A=\int_{-4}^{2}\sqrt{\frac{1}{2}x+3}\,dx=\int_{-4}^{2}\left(\frac{1}{2}x+3\right)^{\frac{1}{2}}dx=\left[\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x+3\right)^{\frac{3}{2}}\cdot 2\right]_{-4}^{2}=\left[\frac{4}{3}\left(\frac{1}{2}x+3\right)^{\frac{3}{2}}\right]_{-4}^{2}=\frac{32}{3}-\frac{4}{3}=\frac{28}{3}$$

zu a) GTR: Funktion eingeben 2^{nd} calc 7 → -4 Upper Limit = 2 2^{nd} quit → 2^{nd} ans → Math Frac









---

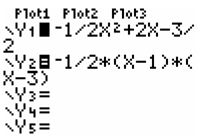
zu b) Ohne GTR: $f(x)=-\frac{1}{2}(x-1)\cdot(x-3)$. Man erkennt hier: Nullstellen 1 und 3.

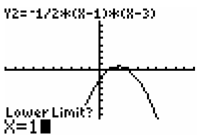
Ausmultipliziert: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x-\frac{3}{2}$ Man erkennt hier: Nach unten geöffnete Parabel.

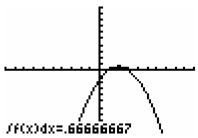
$F(x)=-\frac{1}{6}x^3+x^2-\frac{3}{2}x+c$ → $A = F(3) - F(1) = 0+c-\left(-\frac{10}{6}+c\right)=\frac{2}{3}$ oder

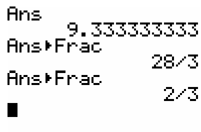
$$A=\int_{1}^{3}\left(-\frac{1}{2}(x-1)\cdot(x-3)\right)dx=\left[-\frac{1}{6}x^3+x^2-\frac{3}{2}x+c\right]_{1}^{3}=\frac{2}{3}\text{FE}$$

zu b) Mit GTR:









28.01.2011 # Lösung Aufgabe 6 cd

Martin Wellmann

zu c) Ohne GTR: $f(x) = x^2 - x^4$

In dieser ist die Stammfunktion leicht zu bilden und man erkennt, dass das Schaubild symmetrisch zur y - Achse und nach unten geöffnet ist („-“ vor x^4)

$f(x) = x^2 - x^4 = -x^2(x^2-1) = -x^2(x-1)(x+1)$ Man erkennt Nullstellen -1; 0 und 1

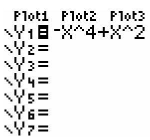
$$\int_{-1}^{0} f(x)dx = \left[-\frac{x^5}{5} + \frac{3^3}{3}\right]_{-1}^{0} = 0 - \left(-\frac{(-1)^5}{5} + \frac{(-1)^3}{3}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

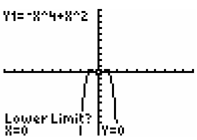
$$\int_{0}^{1} f(x)dx = \left[-\frac{x^5}{5} + \frac{3^3}{3}\right]_{0}^{1} = -\frac{1^5}{5} + \frac{1^3}{3} - 0 = -\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx = \left[-\frac{x^5}{5} + \frac{3^3}{3}\right]_{1}^{1} = -\frac{1^5}{5} + \frac{1^3}{3} - \left(-\frac{(-1)^5}{5} + \frac{(-1)^3}{3}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

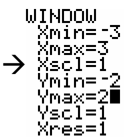
Man sieht also, dass in dem Fall, dass sich im Innern des Intervalls ein Berührpunkt ohne Vorzeichenwechsel befindet, dieser ignoriert werden kann.

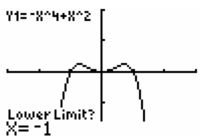
zu c) Mit GTR:

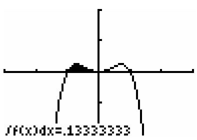


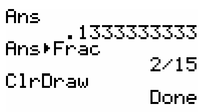


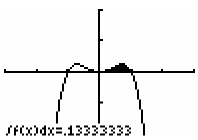
→ Man sieht kaum etwas →

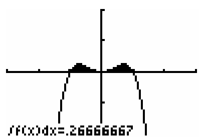


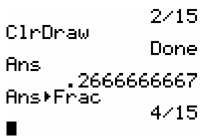












zu d) Die Achsen und das Schaubild von g(x) = $\sqrt{4-x}$ begrenzen eine Fläche! Berechne den Inhalt!

Ohne GTR:

f(0) = 2 und $D =]-\infty;4]$, das heißt mit „die Achsen“ sind die positive x - und die positive y - Achse gemeint. Die Integrationsgrenzen sind als 0 und 4. Skizze siehe „Mit dem GTR“

$$A = \int_{0}^{4} \sqrt{-x+4}dx = \left[-\frac{2}{3}\sqrt{(-x+4)^3}\right]_{0}^{4} = 0 - \left(-\frac{2}{3}\sqrt{64}\right) = \frac{16}{3} = 5{,}\overline{3}$$

zu d) Mit GTR: