Lösung für das Übungsblatt 2 vom 03. April 2008

Aufgaben 1 bis 3

1) $f(x)=\dfrac{\sin(x^2+1)}{x^2+1}$ $\qquad f'(x)=\dfrac{2x\cdot\cos(x^2+1)\cdot(x^2+1)-2x\cdot\sin(x^2+1)}{(x^2+1)^2}$

$f(x)=\sin(x^2\cdot\cos(2x^3+7x))$ Die Ableitung dieser wunderschönen Funktion ist:

$$f'(x)=\cos(x^2\cdot\cos(2x^3+7x))\cdot\left[2x\cdot\cos(2x^3+7x)-x^2\cdot\sin(2x^3+7x)\cdot(6x^2+7)\right]$$

2) $f(x)=\dfrac{\pi}{6}\sin\left(\dfrac{3}{\pi}x+\left(\dfrac{\pi}{6}\right)^2\right)$ $\qquad F(x)=-\dfrac{\pi^2}{18}\cos\left(\dfrac{3}{\pi}x+\left(\dfrac{\pi}{6}\right)^2\right)+c$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}3\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)dx=\left[\frac{3}{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}=\frac{3}{2}(-1-1)=-3$$

3) $\dfrac{1}{\sin(2x)}-\dfrac{1}{\cos(2x)}=0\,;\ x\in\left[-\pi;\dfrac{1}{2}\pi\right]$

$\sin(2x)\neq0\Rightarrow 2x\neq k\cdot\pi\Rightarrow x\neq k\cdot\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow x\neq 2k\cdot\dfrac{\pi}{4}$ und

$\cos(2x)\neq0\Rightarrow 2x\neq(2k-1)\cdot\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow x\neq(2k-1)\cdot\dfrac{\pi}{4}$

Daraus folgt: Die Definitionsmenge der Gleichung im Intervall $\left[-\pi;\dfrac{1}{2}\pi\right]$ ist:

$$\boxed{D=R/\left\{k\cdot\frac{\pi}{4}\right\}\text{mit } k\in Z\ \text{ und } -4\leq k\leq 2}$$

Lösungsmenge:

$$\frac{1}{\sin(2x)}-\frac{1}{\cos(2x)}=0\Rightarrow\frac{1}{\sin(2x)}=\frac{1}{\cos(2x)}\Rightarrow\frac{\sin(2x)}{\cos(2x)}=\tan(2x)=1$$

$$\Rightarrow 2x=(4k+1)\cdot\frac{\pi}{4}\Rightarrow x=(4k+1)\cdot\frac{\pi}{8}$$

Daraus folgt: Die Lösungsmenge der Gleichung im Intervall $\left[-\pi;\dfrac{1}{2}\pi\right]$ ist:

$\boxed{L=\left\{\dfrac{-7}{8}\pi;\dfrac{-3}{8}\pi;\dfrac{1}{8}\pi\right\}}$ Achtung: $\dfrac{5}{8}\pi>\dfrac{\pi}{2}$