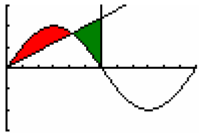
Lösung für das Übungsblatt 1 vom 03. April 2008

I.a) $f(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{6}x\right)$ und $g(x) = mx$

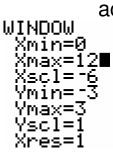


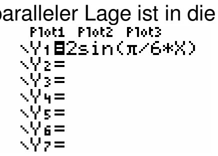
Bestimme m so, dass die rote und die grüne Fläche gleich groß sind!

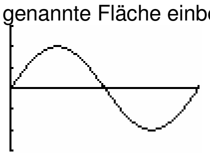
$$\int_0^b (f(x)-g(x))dx = \int_b^6 (g(x)-f(x))dx \Rightarrow \int_0^b (f(x)-g(x))dx - \int_b^6 (g(x)-f(x))dx = 0$$

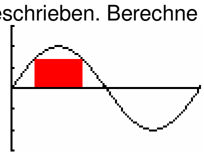
$$\left[-\frac{12}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)-\frac{m}{2}x^2\right]_0^b - \left[\frac{m}{2}x^2+\frac{12}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)\right]_b^6 = \frac{24}{\pi}-\frac{m}{2}\cdot 36 = 0 \Rightarrow m = \frac{4}{3\pi}$$

I.b) Das Schaubild K_f und die x - Achse begrenzen eine Fläche vollständig. Ein Rechteck mit maximalem Flächeninhalt in achsenparalleler Lage ist in die genannte Fläche einbeschrieben. Berechne seinen Inhalt!

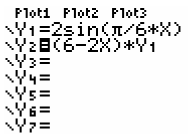


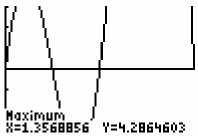






Die rote Fläche soll maximal werden.





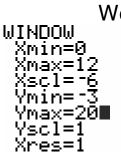
A = 4,286 FE ist also der maximale Flächeninhalt.

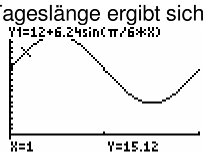
II. Die Tageslänge in Stockholm schwankt zwischen 18,24 Stunden am 21.06. und 5,76 Stunden sechs Monate später und soll durch die Funktion T mit $T(t) = a + b\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ beschrieben werden, wobei t die Zeit in Monaten nach dem 21.03. ist. Bestimme a und b.

Aus dem, was wir über Sinus- und Kosinusfunktionen gelernt haben folgt:

a = 0,5·(18,24 + 5,76) = 12   b = 0,5·(18,24 - 5,76) = 6,24

Welche Tageslänge ergibt sich für den 21. 04.?



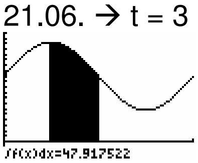


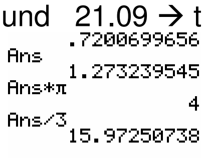
Aus der Aufgabe folgt, dass man T(1) berechnen muss:

Am 21.4. beträgt die Tageslänge 15,12 Stunden.

Berechne die durchschnittliche Tageslänge für die Zeit vom 21.06. bis zum 21.09.!

21.06. → t = 3 und 21.09 → t = 6

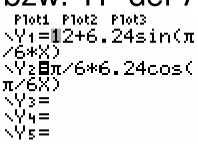


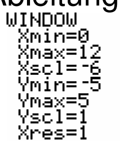


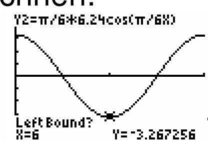
Die durchschnittliche Tageslänge beträgt 15,97 h.

Wann ändert sich die Tageslänge am raschesten und wie groß ist sie dann?

Man weiß, dass das bei t = 0: t = 6 und t = 12 der Fall ist oder man muss HP bzw. TP der Ableitung berechnen:







T(0) = T(6) = T (12) = 12, d.h.:

Am 21. 3. und am 21. 9 ändert sich die Tageslänge am stärksten und beträgt 12 h.