

Blatt 02 Lösung Aufgabe 02 - 4

zu a) $f(0) = 0$, $N(0/0) = S_y$ ist einziger Schnittpunkt mit den Achsen.

$$f(x) = \frac{x^3}{8(x-2)} \quad \text{a: } x = 2 \text{ ist senkrechte Asymptote}$$

$$f'(x) = \frac{24x^2(x-2) - 8x^3}{64(x-2)^2} = \frac{3x^2(x-2) - x^3}{8(x-2)^2} = \frac{x^3 - 3x^2}{4(x-2)^2}$$

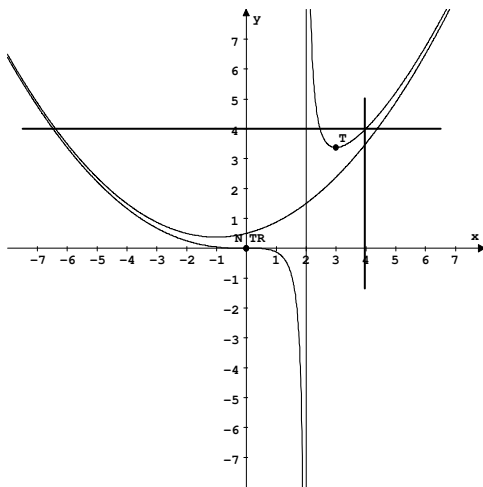
$$f''(x) = \frac{12x(x-2)^3 - (x^3 - 3x^2)8(x-2)}{16(x-2)^4} = \frac{x^3 - 6x^2 + 12x}{4(x-2)^3}$$

$$f'''(x) = \frac{-6}{(x-2)^4} \neq 0$$

$$\begin{array}{ll} f(0) = 0; & f'(0) = 0; f''(0) = 0; \quad f'''(0) = -0,375 \quad \rightarrow \text{N(0/0) ist Sattelpunkt} \\ f(3) = 3,375 & f'(3) = 0; f''(3) = 2,25 \quad \rightarrow \text{T(3/3,375)} \end{array}$$

zu b) $f(x) = \frac{x^3}{8(x-2)} = \frac{1}{8}x^3 : (x-2) = \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} + \frac{1}{x-2}$ (nach Polynomdivision)

$n(x) = \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{8}((x+1)^2 + 3)$ mit **Scheitel (-1/0,375)** ist Näherungsfunktion



Bemerkung: Der **Scheitelpunkt** einer Parabel ist der Tiefpunkt

$$\text{zu c) } f(x) = \frac{x^3}{8(x-2)} = 4 = \frac{32x - 64}{8(x-2)}$$

$$0 = x^3 - 32x + 64 = (x-4)(x^2 + 4x - 16)$$

$$\text{S}_1(-6,47/4); \text{S}_2(2,47/4); \text{S}_3(4/4)$$

zu d) $c < 3,375 \rightarrow$ Nur genau ein x -Wert
 $c > 3,375 \rightarrow$ Genau drei x -Werte
 $c = 3,375$

$$f(x) = \frac{x^3}{8(x-2)} = 3,375 = \frac{27x - 54}{8(x-2)}$$

$$0 = x^3 - 27x + 54 = (x-3)(x^2 + 3x - 18)$$

$$\text{S}_1(-6/3,375); \text{S}_2=\text{S}_3(3/3,375)$$