Nachklausur Name:

2. Mathematik - Klausur 12 - 1 20.12. 2007

Teil 1: (Ohne GTR und Formelsammlung)	20 Punkte

Aufgabe 1: Leite die gegebene Funktion ab! $f(x) = (x^2+4x) \cdot \cos(7x^3 + 1)$ **1 P.**

Aufgabe 2: Berechne! $\int_3^6 \frac{1}{\sqrt{8x+1}}dx$ **3 P.**

Aufgabe 3: Gegeben sind von einer arithmetischen Zahlenfolge die Glieder $a_3 = 9$ und $a_{14} = 53$. Berechne a_1, a_{100} und s_{100}! **4 P.**

Aufgabe 4: **Wahlaufgabe ohne GTR!** Beweise durch vollständige Induktion: **5 P.**

Entweder a) $7 + 15 + 23 + ... + (8n-1) = n \cdot (4n+3)$ $n > 0$ *5 P.*

Oder b) $(p-1)|(p^n - 1)$ $p;n \in \mathbb{N}$ $p>2;$ $n > 0$ *5 P.*

Aufgabe 5: Gegeben ist die geometrische Zahlenfolge $\{a_n\}$ mit $a_1 = 16$ und $q = \frac{1}{4}; n \geq 1$ **7 P.**

a) Gib die ersten fünf Glieder als Dezimalzahlen an! 1 P.
b) Beweise, dass $\{a_n\}$ streng monoton fallend ist! 2 P.
c) Beweise, dass $\{a_n\}$ durch 16 und 0 beschränkt ist! 2 P.
d) Beweise mit Hilfe der Definition des Grenzwertes einer Zahlenfolge, dass $\{a_n\}$ eine Nullfolge ist! 2 P.

Aufgabe 6: (Mit GTR und Formelsammlung)	20 Punkte

Achtung! MODE → RADIAN! Und: Sorgfältig eintippen!! Zur Kontrolle: $f_1(9) = 16{,}25°C$ $f_2(9) = 16{,}9°C$
„Anfang Mai“ und „Ende April“ bedeuten t = 4; „Mitte Mai“ dementsprechend t = 4,5
Bei Verwendung des GTR Lösungsweg kurz und nachvollziehbar dokumentieren!

Klimaforscher haben für die Tagestemperatur von Offenburg ein mathematisches Modell M1 aufgestellt: $\vartheta_1(t) = f_1(t) = 10 + 12{,}5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} \cdot (t-4)\right)$ ϑ:Temperatur in °C; t Zeit in Monaten

a) Wie warm ist es nach diesem Modell am 7.04.? Werden im Mai bereits 18°C erreicht? *(2 P.)*
b) Von wann bis wann ist mit Frost zu rechnen? (Hinweis: z.B. bedeutet t = 3,3 ca. 9.04.) *(3 P.)*
c) Berechne die durchschnittliche Temperatur von Anfang Juni bis Ende August und die durchschnittliche Temperatur in der zweiten Julihälfte! *(4 P.)*

Ein anderes Modell M2 hat die Gleichung: $\vartheta_2(t) = f_2(t) = -0{,}2t^3 + 2{,}5t^2 - 4{,}4t - 0{,}2$

d) Zeichne beide Modelle mit verschiedenen Farben (nicht rot!) in ein Koordinatensystem! *(4 P.)* (t - Achse: 1 Monat ≙ 0,5cm ; $0 \leq t \leq 12$ ϑ - Achse: 1°C ≙ 0,1cm)
e) Das Modell M2 kann als „brauchbar“ eingestuft werden, wenn es um nicht mehr als 1K (1°C) von M1 abweicht. Zeige, dass M2 von Anfang Januar bis Mitte August „brauchbar“ ist. *(3 P.)*
f) An das Schaubild K_2 der Funktion $f_2(t) = -0{,}2t^3 + 2{,}5t^2 - 4{,}4t - 0{,}2$ wird im Punkt $P(6/f_2(6))$ die Tangente t_2 gelegt. K_2 und t_2 begrenzen eine Fläche vollständig. Gib die Gleichung von t_2 an, zeichne die Fläche in das Koordinatensystem von Aufgabe d) und berechne den Inhalt! *(4 P.)*

Aufgabe	1	2	3	4	5		6	Summe
Soll	1	3	4	5	7		20	40
Ist								

Punkte	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	15	13	10	7
Note	**15**	**14**	**13**	**12**	**11**	**10**	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**