Gegeben ist die Funktion $f(x) = \dfrac{10x+10}{x^2+2x+2}$ mit dem Schaubild K_f.

Definitionsbereich und senkrechte Asymptoten

Nenner: $x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1 > 0$ → ***D*** = ***R*** und: Es gibt keine senkrechten Asymptoten. *(1 P.)*

Schnittpunkte und waagerechte Asymptote

Zähler: $10x + 10 = 10\cdot(x+1)$ → N(-1/0) f(0) = 5 → $S_Y(0/5)$ *(2 P.)*

„Zählergrad < Nennergrad“ → Die x - Achse ist die waagerechte Asymptote y = 0 *(1 P.)*

Extrema:

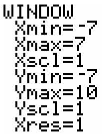
$$f'(x) = \frac{10(x2+2x+2)-(10x+10)(2x+2)}{(x^2+2x+2)^2} = \frac{-10\cdot x\cdot(x+2)}{(x^2+2x+2)^2} = 0$$

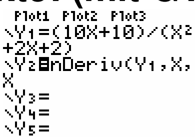
f´(0) = 0; f(0) = 5 → E_1 = (0/5)

f´(-2) = 0; f(-2) = -5 → E_1 = (0/5)

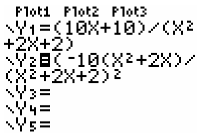
f(x) ist stetig H(0/5) und T(-2/-5) (3 *P.)*

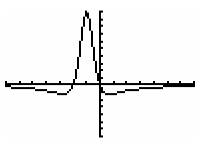
Wendepunkte: (mit GTR)

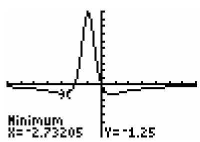




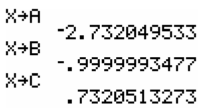
oder besser



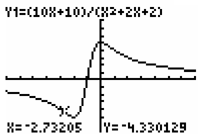




Jetzt im Hauptmenü x = - 2,732 → A speichern und mit dem Hochpunkt und dem zweiten Tiefpunkt der Ableitungsfunktion ebenso verfahren:



A,B und C jetzt in f(x) einsetzen → ergibt:



W_1(-2,732/-4,330)

W_1(-1 / 0)

W_1(0,732/4,330) (3 *P.)*

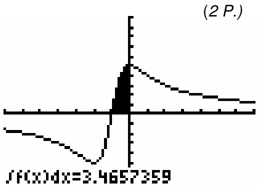
Symmetrie:

$$\frac{f(-1+h)+f(-1-h)}{2} = \frac{\dfrac{-10+10h+10}{1-2h+h^2-2+2h+2} + \dfrac{-10-10h+10}{1+2h+h^2-2-2h+2}}{2} = \frac{\dfrac{10h-10h}{1+h^2}}{2} = 0$$

Daraus folgt, dass das Schaubild zum Punkt P(-1/0) symmetrisch ist. *(2 P.)*

Schaubild und Flächenberechnung mit GTR (4 P.)

(2 P.)



Die Nullstelle x = -1 ist die untere Grenze, x = 0 die obere (y - Achse).
Mit dem GTR kann die Fläche bestimmt werden:

$$A = \int_{-1}^{0} f(x)dx = 3{,}466FE$$ *(2 P.)*