1. Mathematikklausur für Kurs M - 4Std. 12.1 15.10. 2007 Lösung Wahlteil 4a

Gegeben ist $f(x)=\dfrac{4x^2-16x+7}{x^2-4x}=\dfrac{4(x-0{,}5)(x-3{,}5)}{x(x-4)}=4+\dfrac{7}{x^2-4x}$ mit Schaubild K_f.

Definitionsbereich und senkrechte Asymptoten

D = ***R***\{0;4}; Senkr. As.: a_1: x = 0; a_2: x = 4 *(2 P.)*

Schnittpunkte und waagerechte Asymptote

S_y entfällt wegen ***D***
„Zählergrad = Nennergrad“ →

$N_1(0{,}5/0)$; $N_2(3{,}5/0)$
Waagerechte Asymptote: a_3: y = 4 *(3 P.)*

Annäherung an die Asymptoten

An die Waagerechte Asymptote nähert sich K_f von oben an, da $\dfrac{7}{x^2-4x}>0$

An die senkrechten Asymptoten wie folgt:

$$\frac{4(x-0{,}5)(x-3{,}5)}{x(x-4)}\xrightarrow[x\to0;x<0]{}\infty \quad \text{und} \quad \frac{4(x-0{,}5)(x-3{,}5)}{x(x-4)}\xrightarrow[x\to0;x>0]{}-\infty$$

$$\frac{4(x-0{,}5)(x-3{,}5)}{x(x-4)}\xrightarrow[x\to4;x<4]{}-\infty \quad \text{und} \quad \frac{4(x-0{,}5)(x-3{,}5)}{x(x-4)}\xrightarrow[x\to4;x>4]{}\infty$$ *(1 P.)*

Extrema:

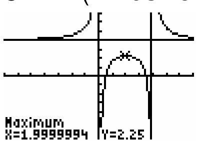
$$f'(x)=\frac{(8x-16)(x^2-4x)-(4x^2-16x+7)(2x-4)}{(x^2-4x)^2}=\frac{-14x+28}{(x^2-4x)^2}=0\Rightarrow x=2$$

Wegen der Lage der Nullstellen und f(2) = 2,25 folgt: **H(2/2,25)** *(3 P.)*

Symmetrie:

$$f(2\pm h)=\frac{-9+4h^2}{-4+h^2}\Rightarrow K_f \text{ ist symmetrisch zur Geraden } x = 2.$$ *(2 P.)*

Schaubild: (inklusive Asymptoten) *(2 P.)*

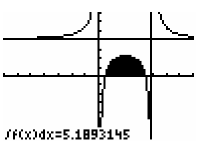


Wendepunkte:

Aus dem Schaubild geht hervor, dass sich das Krümmungsverhalten innerhalb der Intervalle für x < 0; 0 < x < 4 und x > 4 jeweils nicht ändert. *(1 P.)*

Fläche:

Als Grenzen des bestimmten Integrals nimmt man die Nullstellen a = 0,5 und b = 3,5.



$$A=\int_{0{,}5}^{3{,}5} f(x)\,dx = 5{,}19 \text{ FE}$$ *(2 P.)*