1. Mathematikklausur für Kurs M - 4Std. 12.1 15.10. 2007 Lösung Pflichtteil

Aufgabe 1: Bestimme die erste Ableitung der gegebenen Funktionen! **3 P.**

a) $f(x) = \cos(4x^2-7x)$ $\quad f'(x) = -(8x - 7)\cdot\sin(4x^2 - 7x)$ 1 P.

b) $g(x) = \sin(x) \cdot (7x-3)$ $\quad g'(x) = (7x - 3)\cdot\cos(x) + 7\cdot\sin(x)$ 1 P.

c) $h(x)=\sqrt{x^2-5x} = \left(x^2-5x\right)^{\frac{1}{2}}$ $\quad h'(x) = \frac{1}{2}\left(x^2-5x\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot(2x-5) = \frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}$ 1 P.

Aufgabe 2: Bestimme die Stammfunktionen der gegebenen Funktionen! **4 P.**

a) $f(x) = \cos(4x-7)$ $\quad F(x) = \int f(x)dx = \frac{1}{4}\sin(4x-7)+c$ 1 P.

b) $g(x) = 3x^3 - 1{,}5x^2 +7$ $\quad G(x) = \int g(x)dx = \frac{3}{4}x^4 - 0{,}5x^3 + 7x + c$ 1 P.

c) $h(x) = \frac{3}{2\sqrt{2x-5}} = \frac{3}{2}(2x-5)^{-\frac{1}{2}}$ $\quad H(x) = \int h(x)dx = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}}(2x-5)^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{1}{2}+c = \frac{3}{2}\sqrt{2x-5}+c$ 2 P.

Aufgabe 3: **7 P.**

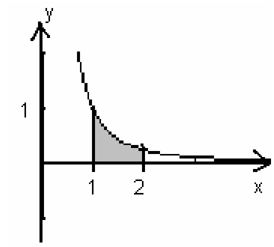
a) $$\int_1^5\left(-\frac{1}{2}x+3\right)dx = \left[-\frac{1}{4}x^2+3x\right]_1^5 = -\frac{25}{4}+15-\left(-\frac{1}{4}+3\right) = 6\,!$$ *(2 P.)*

b) $$\int_1^a(2x-1)dx = \left[x^2-x\right]_1^a = a^2-a-(1^2-1) = 6 \Rightarrow 0 = a^2-a-6$$

$$a_{1,2} = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25-(-6)} \Rightarrow a_1 = -2 \text{ (entfällt)} \quad \underline{\mathbf{a_2 = 3}}$$ *(2P.)*

c) $$A = \int_1^2\left(\frac{1}{x^2}\right)dx = \left[-\frac{1}{x}\right]_1^2 = -\frac{1}{2}-\left(-\frac{{}'1}{1}\right) = \frac{1}{2}$$ *(3 P.)*

Das bestimmte Integral ist die Maßzahl des vom Schaubild, von der x - Achse und den Geraden g_1: x = 1 und g_2: x = 2 eingeschlossenen Flächeninhalts.



Zusatz: $$\lim_{u\to\infty}\int_1^u\left(\frac{1}{x^2}\right)dx = \lim_{u\to\infty}\left[-\frac{1}{x}\right]_1^u = \lim_{u\to\infty}\left(-\frac{1}{u}-\left(-\frac{{}'1}{1}\right)\right) = \lim_{u\to\infty}\left(1-\frac{1}{u}\right) = 1$$ **2 ZP.**

Die Besonderheit liegt darin, dass eine unendlich breite Fläche einen endlichen Flächeninhalt hat-