Martin Wellmann 06.01.2009

Lösung Übungsblatt 6 für die Klasse 13B Teil 2

a) bis h) habe ich in Teil 1 bis auf das Schaubild handschriftlich hochgeladen, damit Ihr seht, was man in etwa aufschreiben muss. Manche Begründung bzw. manchen Rechenweg (z. B.: e) und g)) solltet Ihr bei einer Klausur oder im Abitur noch etwas ausführlicher aufschreiben. Ach so: Die Zeichnung fehlt noch, mit der Wertetabelle (GTR) kein Problem:

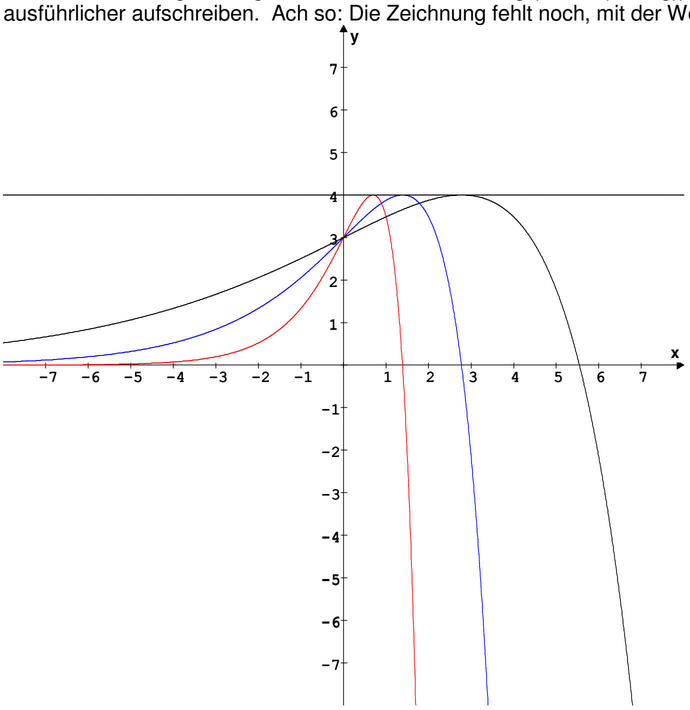
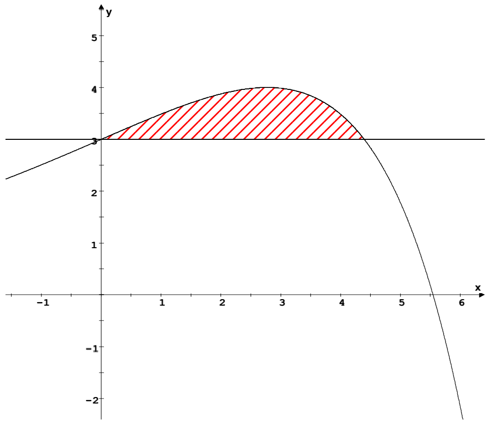


Bild zu Aufgabe j): Fläche A_t' ist rot schraffiert.



$t = 1$; $t = 0{,}5$; $t = 0{,}25$

i) K_t und die x - Achse begrenzen eine links offene Fläche! Berechne den Inhalt!

$$A_t(u) = \int_u^{\frac{\ln 4}{t}} \left(4e^{tx} - e^{2tx}\right)dx = \left[\frac{4}{t}e^{tx} - \frac{1}{2t}e^{2tx}\right]_u^{\frac{\ln 4}{t}} = \frac{16}{t} - \frac{4^2}{2t} - \left(\frac{4}{t}e^{tu} - \frac{1}{2t}e^{2tu}\right) = \frac{8}{t} - \frac{4}{t}e^{tu} + \frac{1}{2t}e^{2tu}$$

$$A_t(u) \xrightarrow[u\to-\infty]{} \frac{8}{t} = A_t$$

j) Zeige, dass die Gerade y = 3 die unter i) beschriebene Fläche in einem von t unabhängigen Verhältnis teilt!

Schnittpunkte von K_t mit g: y = 3: $4e^{tx} - e^{2tx} = 3 \Rightarrow \left(e^{tx}\right)^2 - 4e^{tx} + 3 = 0$

Substitution $e^{tx} = z \Rightarrow z^2 - 4z + 3 = 0 \Rightarrow z_1 = 3$ und $z_2 = 1$ und damit: $x_1 = \frac{\ln 3}{t}; x_2 = 0$

$$A_t' = \int_0^{\frac{\ln 3}{t}} \left(4e^{tx} - e^{2tx} - 3\right)dx = \left[\frac{4}{t}e^{tx} - \frac{1}{2t}e^{2tx} - 3x\right]_0^{\frac{\ln 3}{t}} = \frac{4\cdot 3}{t} - \frac{3^2}{2t} - \frac{3\ln 3}{t} - \left(\frac{4}{t} - \frac{1}{2t}\right) = \frac{4 - 3\ln 3}{t}$$

$$\frac{A_t'}{A_t} = \frac{\frac{4-\ln 3}{t}}{\frac{8}{t}} = \frac{4 - 3\ln 3}{8}$$, was von t unabhängig ist.