Martin Wellmann 08.01.2009

Lösung der Aufgabe 1 vom Übungsblatt 2 für die Klasse 13B

1a. Bestimme den Definitionsbereich und leite jeweils zweimal ab!

$$f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}}{3e^{2x}};\ x^2+1>0\ \Rightarrow D=\Re$$

$$f'(x)=\frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\cdot 3e^{2x}-\sqrt{x^2+1}\cdot 6e^{2x}}{9e^{4x}}=\frac{3e^{2x}\cdot\left(x-2x^2-2\right)}{9e^{4x}\cdot\sqrt{x^2+1}}=\frac{\left(-2x^2+x-2\right)}{3e^{2x}\cdot\sqrt{x^2+1}}$$

$$f''(x)=\frac{(-4x+1)\cdot 3e^{2x}\cdot\sqrt{x^2+1}+(2x^2-x+2)\cdot\left(6e^{2x}\cdot\sqrt{x^2+1}+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\cdot 3e^{2x}\right)}{9e^{4x}\cdot\left(x^2+1\right)}$$

$$f''(x)=\frac{(-4x+1)+(2x^2-x+2)\cdot\left(2+\frac{x}{x^2+1}\right)}{3e^{2x}\cdot\sqrt{x^2+1}}=\frac{(-4x+1)+(2x^2-x+2)\cdot\left(\frac{2x^2+x+2}{x^2+1}\right)}{3e^{2x}\cdot\sqrt{x^2+1}}$$

Das kann man weiter zusammenfassen, man kann sich aber auch fragen, warum der blöde Mathelehrer ☺ mit der ersten Ableitung nicht zufrieden war. Wer die erste Ableitung richtig hatte, braucht eigentlich vor Ableitungen in der Klausur keine Angst mehr zu haben.

Aufgabe 1b

$$f(x)=\frac{e^{-x+2}}{x-2}\quad\Rightarrow D=\Re\setminus\{2\}\rightarrow\ f'(x)=\frac{-e^{-x+2}(x-2)-e^{-x+2}}{(x-2)^2}=\frac{e^{-x+2}(-x+1)}{(x-2)^2}$$

$$f''(x)=\frac{\left(-e^{-x+2}(-x+1)-e^{-x+2}\right)\cdot(x-2)^2-\left(2\cdot(x-2)\cdot e^{-x+2}(-x+1)\right)}{(x-2)^4}$$

$$f''(x)=\frac{e^{-x+2}\cdot((x-2)\cdot(x-2)+(2x-2))}{(x-2)^3}=\frac{e^{-x+2}\cdot\left(x^2-2x+2\right)}{(x-2)^3}$$

Aufgabe 1c

$$f(x)=e^{\frac{x-1}{x^2-9}}\Rightarrow D=\Re\setminus\{-3;3\}$$

$$f'(x)=\frac{x^2-9-2x(x-1)}{\left(x^2-9\right)^2}\cdot e^{\frac{x-1}{x^2-9}}=\frac{-x^2+2x-9}{\left(x^2-9\right)^2}\cdot e^{\frac{x-1}{x^2-9}}$$

Wer denkt sich denn so was aus?!

$$f''(x)=\frac{(-2x+2)\cdot\left(x^2-9\right)^2-\left(-x^2+2x-9\right)\cdot 2\cdot 2x\cdot\left(x^2-9\right)}{\left(x^2-9\right)^4}\cdot e^{\frac{x-1}{x^2-9}}+\left(\frac{-x^2+2x-9}{\left(x^2-9\right)^2}\right)^2\cdot e^{\frac{x-1}{x^2-9}}\Rightarrow$$

$$f''(x)=\left(\frac{(-2x+2)\cdot\left(x^2-9\right)-\left(-x^2+2x-9\right)\cdot 4x}{\left(x^2-9\right)^3}+\left(\frac{-x^2+2x-9}{\left(x^2-9\right)^2}\right)^2\right)e^{\frac{x-1}{x^2-9}}$$

Auch das kann man weiter vereinfachen oder ...
den Erfinder der Aufgabe verfluchen.
Aber das tut der gerade selbst.
Lösungen ohne Gewähr!! ☺

Lösung der Aufgabe 2 vom Übungsblatt 2 für die Klasse 13B

Martin Wellmann 08.01.2009

2.1. Bestimme jeweils eine Stammfunktion!

$f(x) = 2x \cdot e^{x^2-1}$ Man sieht, dass 2x die innere Ableitung ist, deshalb: $F(x)= e^{x^2-1} + c$

$f(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ Der Zähler ist die Ableitung des Nenners, deshalb: F(x)=ln(g(x)) + c

Es war ein Fehler in der Aufgabenstellung: $g(x) > 0$ hätte noch da stehen sollen.
Aufgaben wie 2.1. a) und b) kommen übrigens nicht in der Klausur dran; c) ist leicht!

$$f(x) = \frac{3}{4} \cdot e^{-\frac{9}{16}x-\frac{4}{3}} \rightarrow F(x)=\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\frac{-9}{16}} \cdot e^{-\frac{9}{16}x-\frac{4}{3}} + c = -\frac{-4}{3} \cdot e^{-\frac{9}{16}x-\frac{4}{3}} + c$$

2.2. Berechne!

$$\int_{-2\pi}^{0} \left(x - \sin\left(\frac{1}{4}x\right)\right) dx = \left[\frac{x^2}{2} + 4 \cdot \cos\left(\frac{1}{4}x\right)\right]_{-2\pi}^{0} = 0 + 4 \cdot 1 - \left(\frac{4\pi^2}{2} + 4 \cdot 0\right) = 4 - 2\pi^2$$

$$\int_{\ln(a+1)}^{a+1} e^x dx - a = \left[e^x\right]_{\ln(a+1)}^{a+1} - a = e^{a+1} - (a+1) - a = e^{a+1} - 2a - 1$$

Lösung der Aufgabe 3 vom Übungsblatt 2 für die Klasse 13B

Martin Wellmann 08.01.2009

3. Löse die Gleichung!

$$\ln(x^2 - 5x + 7) = 0$$
$$x^2 - 5x + 7 = 1$$
$$x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$x_1 = 3; x_2 = 2$$