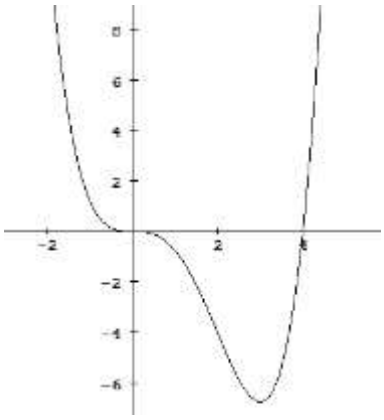
Lösungshinweise für die Übung zur Matheklausur:



P1 $f'(x) = 3 \cdot sin(4x) + 12xcos(4x)$

P2 $F(x) = -\frac{3}{4}cos(4x) + c \rightarrow F(0) = -\frac{3}{4} + c \rightarrow c = \frac{7}{4}$

P3 Diskutiere die Funktion $f(x)=0{,}25x^4 - x^3$!
Sattelpunkt S und Terrassenpunkt TR bedeuten dasselbe!

f(x,t)= 0,25x^4-x^3 Parameter t = 1,000

Suchintervall von -14,400 bis 17,600

Schnittpunkte mit der x-Achse	Hoch- und Tiefpunkte	Wendepunkte
N(0,000| 0,000) m = 0,000	T(3,000| -6,750) m = 0,000	TR(0,000| 0,000) m = 0,000
N(4,000| 0,000) m = 16,000		W(2,000| -4,000) m = -4,000

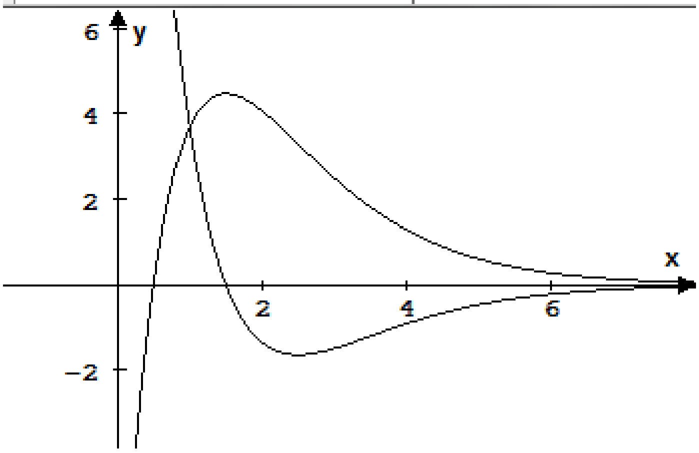
P4 Schnittpunkt S(1/2/3) Schnittwinkel 90°

W1

f(x,t)= (20x-10)exp(-x) Parameter t = 1,000

Suchintervall von -8,000 bis 8,000

Schnittpunkte mit der x-Achse	Hoch- und Tiefpunkte	Wendepunkte
N(0,500| 0,000) m = 12,131	H(1,500| 4,463) m = 0,000	W(2,500| 3,283) m = -1,642



Gegeben ist die Funktion $f(x) = (20x-10)e^{-x}$
Beweise, dass f(x) genau einen Extrempunkt und genau einen Wendepunkt hat!

→ Hierfür muss man die erste und zweite Ableitung (ohne GTR) bilden und zeigen, dass diese nur genau eine Nullstelle haben. (Weil e^{bla} eben nicht 0 sein kann.)

Die Schaubilder der Funktion f(x) und ihrer Ableitung begrenzen mit der Geraden x = 5 eine Fläche. Berechne den Inhalt!

→ Das werdet Ihr mit 2[nd]calc 5 und 2[nd]calc 7 ja wohl hinbekommen.

W2

a) $E_8: 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 24$

Darstellung in einem Koordinatensystem

vgl. Abb.

Winkel zwischen der x_1x_2-Ebene und E_8

$$\cos\alpha = \frac{\left|\begin{pmatrix}3\\4\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}} = \frac{2}{\sqrt{29}}; \quad \alpha \approx 68{,}2^\circ.$$

Die Ebene E_8 schließt mit der x_1x_2-Ebene einen Winkel von $68{,}2^\circ$ ein.

Nachweis, dass A, B und C in E_8 liegen

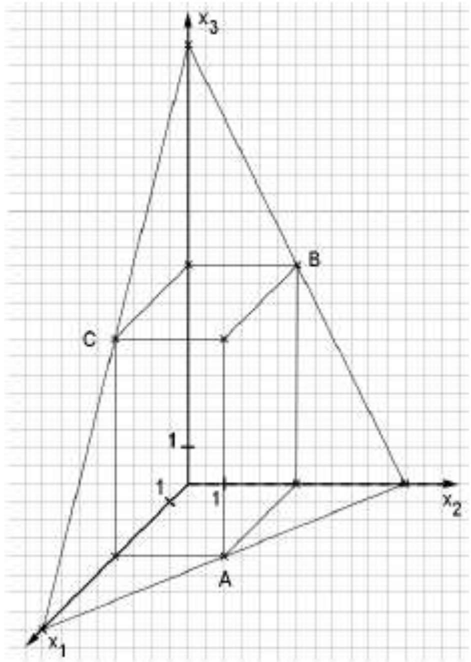
Nach Einsetzen der Koordinaten von A, B und C in die Gleichung von E_8 ergibt sich jeweils eine wahre Aussage.

Somit schneidet E_8 den Quader im Dreieck ABC.

Flächeninhalt des Dreiecks ABC

Die zu BC orthogonale Hilfsebene durch A ist $H: 4x_1 - 3x_2 = 7$.

Schnitt mit der Geraden BC ergibt den Lotfußpunkt $F(2{,}56 \mid 1{,}08 \mid 6)$.



$$A_\Delta = \frac{1}{2}\cdot\left|\overline{BC}\right|\cdot\left|\overline{AF}\right|; \quad A_\Delta = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot\sqrt{41{,}76} \approx 16{,}2.$$

Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC beträgt etwa 16,2 FE.

b) Nachweis, dass B und C in jeder Ebene E_r liegen

Nach Einsetzen der Koordinaten von B und C in die Gleichung von E_r ergibt sich jeweils eine wahre Aussage.

Somit liegen B und C in jeder Ebene E_r.

Ebene, die den Quader halbiert

Die Ebene durch B, C und z.B. $D(4 \mid 0 \mid 0)$ halbiert den Quader.

Punktprobe mit D liefert $r = 4$.

Die Ebene E_4 halbiert den Quader.

Ebene orthogonal zu E_8

Die Orthogonalität der Normalenvektoren führt auf $6\cdot 6 + 8\cdot 8 + 4\cdot(r^* - 4) = 0$; somit $\mathbf{r^* = -21}$.

Schnittfigur von E_{-21} mit dem Quader

Die Ebene E_{-21} schneidet die x_3-Achse in $S(0 \mid 0 \mid 5{,}04)$.

Somit ist die Schnittfigur ein Dreieck.