Klasse 12 06.10.2012 Martin Wellmann

20121007-12A4 **Lösung**

A13: Gegeben sei die Funktion $f_k(t) = (t + k) \cdot e^{-0,2t}$

t sei die Zeit in Wochen, f(t) der Bestand einer Ware in 1000 Stück.

a) Wie groß ist der maximale Bestand für k = 2? Wann fällt er am stärksten?
b) Wie muss k gewählt werden, damit der Bestand nach einer Woche maximal ist?
c) Wie muss k gewählt werden, damit der maximale Bestand 4000 Stück beträgt? Nach wie viel Tagen ist das der Fall?
d) Wie muss k gewählt werden, damit der Bestand nach 10 Wochen am stärksten fällt? Wie groß ist in diesem Fall der Anfangsbestand?

Lösung zu Aufgabe 13

$\mathrm{f_k(t)} = (\mathrm{t} + \mathrm{k}) \cdot \mathrm{e}^{-0,2\mathrm{t}}$

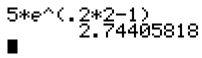
$f_k'(\mathrm{t}) = (-0{,}2t - 0{,}2k + 1) \cdot e^{-0,2t} = 0 \to t = 5 - k$

$f_k''(\mathrm{t}) = (0{,}04t + 0{,}04k - 0{,}4) \cdot e^{-0,2t} = 0 \to t = 10 - k$

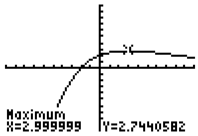
$f_k''(5 - \mathrm{k}) = -0{,}2 \cdot e^{-0,2t} < 0 \to H(5 - k/f(5 - k) = H(5 - k/5 \cdot e^{-0,2(5-k)})$

$\to H(5 - k|5 \cdot e^{0,2\mathrm{k}-1})$

zu a) Für k = 2 heißt das, dass der maximale Bestand nach drei Wochen 2744 Stück beträgt.



oder

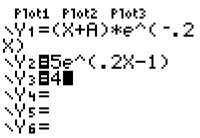


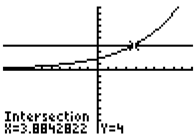
Die Wendestelle ist 10 – 2 = 8 Nach acht Wochen fällt der Bestand am stärksten.

zu b) Jetzt lese man zur Not noch einmal die Lösung von Aufgabe 12 (85/3c).

$f_k'(1) = (-0{,}2 \cdot 1 - 0{,}2k + 1) \cdot e^{-0,2 \cdot 1} = 0 \to k = 4$

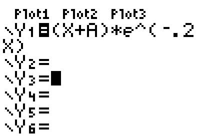
zu c) y – Wert vom Hochpunkt: $5 \cdot e^{0,2\mathrm{k}-1} = 4$ (was ja 4000 Stück bedeutet.)

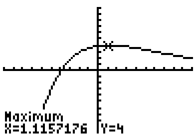


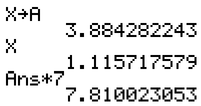


Also ist k = 3,8843

Kurz: t – Wert vom HP auswerten: 5 – 3,884 = 1,116 oder auch so, was den maximalen Wert 4000 noch einmal bestätigt.







Also: Nach ca. 8 Tagen ist das der Fall.

zu d) t – Wert vom WP: $t = 10 - k = 10 \to k = 0$ Und damit:

$f_0(0) = (0 + 0) \cdot e^{-0,2 \cdot 0} = 0$ → Anfangsbestand für k = 0 ist f(0)=0