20121006-12A3

Lösungen

A8 Bestimme den Definitionsbereich, die Ableitung und die Stammfunktion der Funktion f(x)!

$f(x) = \frac{2}{3x+1}$

L8 $D = R\backslash\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$$f'(x) = \frac{-6}{(3x+1)^2}$$

$$F(x) = \frac{2}{3}\ln|3x+1|$$

A9 Es darf vorausgesetzt werden: F(x)=ln(x); x > 0 hat die Ableitung $f(x) = \frac{1}{x}$.

Beweise, dass G(x)=ln|x| mit $x \neq 0 auch$ die Ableitung $f(x) = \frac{1}{x}$ hat.

L9 Fall 1: x > 0 → |x| = x Dann gilt für $G(x) = ln|x| = \ln(x)$: $G'(x) = \frac{1}{x}$, siehe Voraussetzung.

Fall 2: x < 0 → |x| =- x Dann gilt für $G(x) = ln|x| = \ln(-x)\ und\ damit\ \ G'(x) = \frac{-1}{-x} = \frac{1}{x}$

Weitere Fälle sind nicht möglich, weshalb die Behauptung bewiesen ist.

A10 Bestimme den Definitionsbereich und die Stammfunktion der Funktion $f(x) = 3 \cdot e^{\frac{1}{7}x+3}$

L10 $D = R$ und $F(x) = 21 \cdot e^{\frac{1}{7}x+3}$

A11 Berechne $\int_0^{\ln(3)} \left(\frac{1}{2} \cdot e^{2x}\right) dx$

L11 $\int_0^{\ln(3)} \left(\frac{1}{2} \cdot e^{2x}\right) dx = \left[\frac{1}{4} \cdot e^{2x}\right]_0^{\ln(3)}$

$$= \frac{1}{4} \cdot e^{2\cdot\ln(3)} - \frac{1}{4} \cdot e^0 = \frac{1}{4} \cdot \left(e^{\ln(3)}\right)^2 - \frac{1}{4} \cdot e^0 = 2{,}25 - 0{,}25 = 2$$