Übungen zur Analytischen Geometrie Quelle: Stark – Abiturvorbereitung 2007

Aufgabe 1

Begründen Sie, dass die Gerade
$$g: \vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}$$

parallel zur Verbindungsgeraden h der Punkte P(2|-1|3) und Q(0|3|1) ist. Geben Sie eine Gleichung für die Mittelparallele von g und h an.

Aufgabe 2

Gegeben sind die Gerade g und h. Untersuche die Lagebeziehung.

g:
$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$
; $t \in \mathbb{R}$ und h: $\vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$; $s \in \mathbb{R}$

Aufgabe 3

Gegeben sind die Gerade g und h. Untersuche die Lagebeziehung. Gib die Gleichung der Ebene an, die durch g und h "aufgespannt" wird.

g:
$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$
; $t \in \mathbb{R}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$; $s \in \mathbb{R}$

Aufgabe 4

Die Verbindungsgerade g der Punkte P(2|1|3) und Q(3|-2|4) schneidet die Ebene E: $3x_1-x_3=4$ in einem Punkt S. Berechnen Sie S und begründen Sie, dass S zwischen P und Q liegt.

Aufgabe 5

Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der Ebene, die durch die drei Punkte $P(1 \mid 1 \mid 5)$, $Q(2 \mid 1 \mid 3)$ und $R(0 \mid -1 \mid 7)$ festgelegt ist. Veranschaulichen Sie die Ebene mithilfe ihrer Spurgeraden in einem Koordinatensystem.

Aufgabe 6

Beschreibe ausführlich, welche Lage zwei Geraden zueinander einnehmen können. Gib einen Lösungsplan zur Bestimmung der Lagebeziehung und geeignete Beispiele an.

Aufgabe 7

Gegeben sind die Ebenen E: $2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 12$ und F: $2x_1 + 3x_3 = 6$.

Veranschaulichen Sie die Ebenen E und F mithilfe ihrer Spurgeraden in einem Koordinatensystem.

Zeichnen Sie die Schnittgerade s von E und F ohne weitere Rechnung in das Koordinatensystem ein.

Aufgabe 8

Die Punkte O(0|0|0), P(3|0|0), Q(0|5|0) und R(0|0|3) sind die Eckpunkte eines Quaders.

Stellen Sie den Quader in einem Koordinatensystem dar und geben Sie die Koordinaten der übrigen Quaderecken an.

Die Ebene E: $12x_1 + 10x_2 + 20x_3 = 60$ schneidet den Quader in einer Fläche. Zeichnen Sie diese Schnittfläche in die Figur ein. Beschreiben Sie kurz Ihre Vorgehensweise.