Lösung

Aufgabe 1: $f(x) = 2x \cdot e^{x^2}$ → $f'(x) = 2 \cdot e^{x^2} + 4x^2 \cdot e^{x^2} = (2+4x^2) \cdot e^{x^2}$ → ***(2 P.)***

Aufgabe 2: $f(x) = 5 \cdot e^{-\frac{2}{5}x+4} + e^{-x}$ → $F(x) = -\frac{25}{2} \cdot e^{-\frac{2}{5}x+4} - e^{-x} + c$ → ***(1 P.)***

Aufgabe 3: $1 + \frac{8}{x^4} = \frac{6}{x^2}$ → $z^2 - 6z + 8 = 0$ → $z_1 = 4$ → $x_1 = 2$; $x_2 = -2$

→ $z_2 = 2 \rightarrow x_3 = \sqrt{2}; x_4 = -\sqrt{2}$ → ***(2 P.)***

Aufgabe 5: $f(x) = 2x \cdot e^{-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}}$

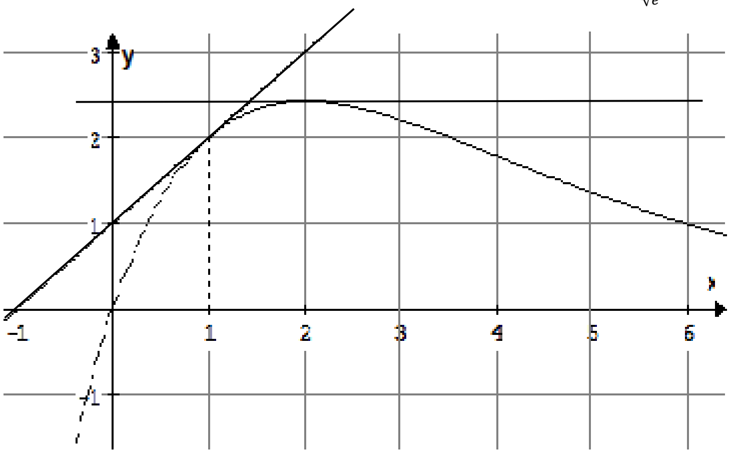
a) Bestimme die Schnittpunkte mit den Achsen, das Verhalten im Unendlichen, und die Extrempunkte.

$f(x) = 2x \cdot e^{-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}} = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow S_y = N(0/0)$ → ***(1 P.)***

$f'(x) = 2 \cdot e^{-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}} - x \cdot e^{-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}} = (2-x) \cdot e^{-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}} = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow E\left(2/\frac{4}{\sqrt{e}}\right)$ → ***(1 P.)***

$f(x) \xrightarrow[x \to -\infty]{} -\infty$ und $f(x) \xrightarrow[x \to \infty]{} \infty$, (e − Fkt. dominiert) → $E\left(2/\frac{4}{\sqrt{e}}\right) = H\left(2/\frac{4}{\sqrt{e}}\right)$ → ***(2 P.)***

b) Skizziere das Schaubild! (Verwende dazu den Näherungswert $\frac{4}{\sqrt{e}} = 2{,}4$) → ***(1 P.)***



c) Gib die Gleichungen der Tangenten an das Schaubild im Punkt P(1/f(1)) und Q(2/f(2)) an und zeichne sie in das KS !

t_1: $y = f'(1) \cdot (x - 1) + f(1)$ → $y = 1 \cdot (x - 1) + 2 = x + 1$

t_2 ist die Tangente im HP → t_2: $y = \frac{4}{\sqrt{e}}$ → ***(2 P.)***

Wahlteil (mit GTR und Formelsammlung) → 13 P

Aufgabe 7: Bei einer chemischen Reaktion nimmt die Masse m einer Substanz nach dem Modell
$m(t) = 100 - 80 \cdot e^{-0{,}047 \cdot t}$ zu.
t sei dabei die Zeit in Sekunden, m(t) die Masse in Gramm.

(2 P.) a) Gib den Anfangsbestand, die Masse nach 10 s und nach einer Minute an!
Zeichne das Schaubild in ein geeignetes Koordinatensystem!

(2 P.) b) Welche Masse ist maximal zu erwarten? Begründe!
Wann sind 99% der maximal zu erwartenden Masse vorhanden?

(2 P.) c) $f(t) = 13 \cdot \sqrt{t+1} + 7$ ist ein anderes Modell für diesen Vorgang.
Berechne die maximale Abweichung der beiden Modelle innerhalb der ersten halben Minute!

zu a) m(0) =
m(10) =
m(60) =

zu b) lim m(t) ????? m´(t)= ….

Man erkennt das Vorzeichen der Ableitung und damit die …… der Ausgangsfunktion

Das Schaubild schmiegt sich an die Waagerechte y = 100.

Maximale Masse ist 100 g

$0{,}99 \cdot 100 = 99$ → m(t) mit p(t) = 99 schneiden (GTR)
→ Nach …. Sekunden sind 99% der maximalen Masse vorhanden.

zu c) Y1 …
Y2 …
Y3 = Y2 – Y1 (Abweichung ←→ Differenz)
Hochpunkt
Intervall beachten