Aufgabenblatt

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden vier Funktionen:

a) $f(x) = \frac{1}{2x^3} + 2\sqrt{x} + \frac{4x}{x^2}$
b) $g(x) = e^{2x} \cdot \sin(3x^2)$
c) $h(x) = \cos(x^3 + 4x) \cdot (3x^2 + 4)$

Aufgabe 2

1. Bilden Sie zu den folgenden Funktionen die Stammfunktion:
   a) $f(x) = x^3 + \cos(2x + 3)$
   b) $g(x) = \frac{4}{3x+2}$
   c) $h(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{x^4+x^2}{4x^2}$
2. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale mithilfe des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung:
   a)
   $$\int_{-1}^{1} (2x + 5x^3 + 3)\, dx$$
   b)
   $$\int_{0}^{1} (2x + 3)^3\, dx$$

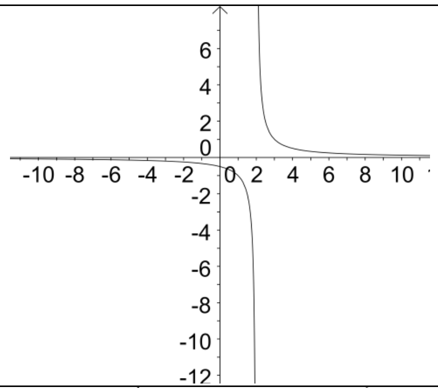
Aufgabe 3

1. Lösen Sie die folgende Gleichung (Hinweis: Substitution):
   $x^4 + 12x^2 - 28 = 0$

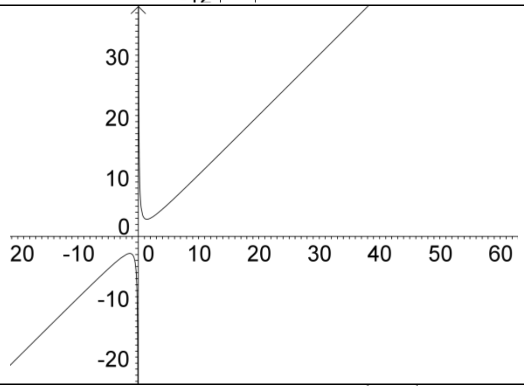
Aufgabe 3

2. Ordnen Sie die folgenden Schaubilder den jeweiligen Funktionen zu:

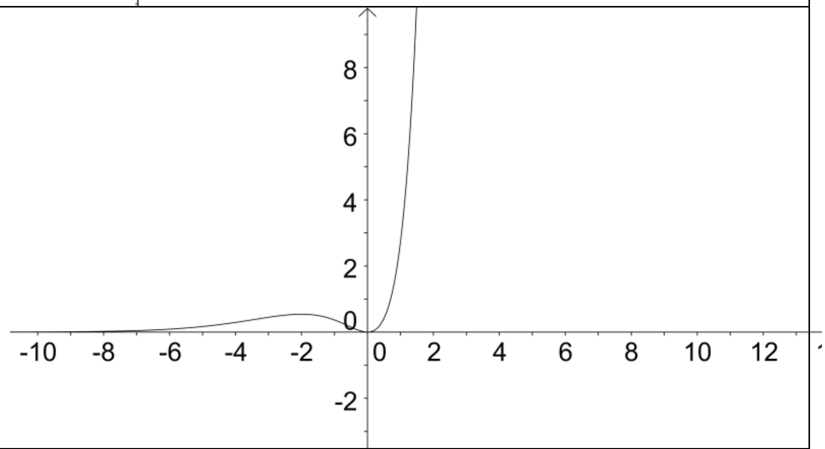
1



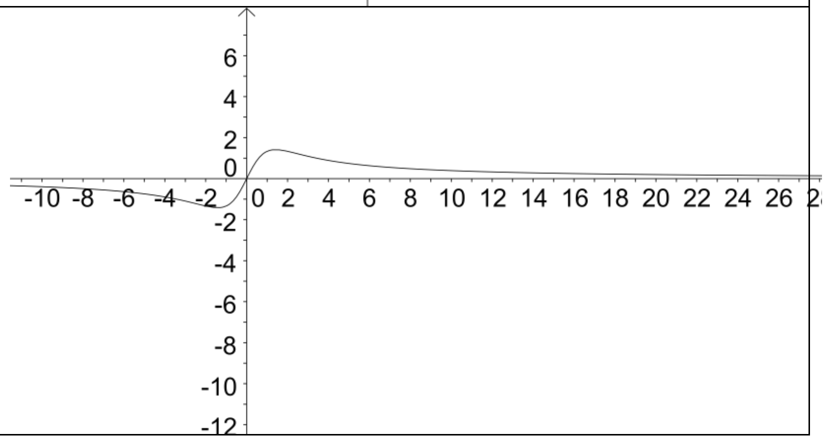
2



3



4



a) $f(x) = \frac{1}{x-2}$
b) $g(x) = \frac{4x}{x^2+2}$
c) $h(x) = \frac{x^3+2x}{x^2}$
d) $k(x) = e^x x^2$

Aufgabe 3

3. Entscheiden Sie, ob die Aussage „wahr“, „falsch“ oder „nicht entscheidbar“ ist:
   - f(x) ist streng monoton wachsend. Dann hat f(x) Nullstellen.
   - Für die Ableitungsfunktion f´(x) einer über R stetigen und differenzierbaren Funktion f(x) gilt: f´(x) < -0,1. Dann hat f(x) genau eine Nullstelle.

   Bild 3 aus Aufgabe 3.2. sei das Schaubild der Funktion f(x). Untersuche folgende Aussagen:
   - F(x) ist streng monoton wachsend.
   - F(x) hat im Intervall [-10;2] genau zwei Wendpunkte.
   - f´(x) hat im Intervall [-10; 2] genau zwei Nullstellen.
   - f´(x) hat im Intervall [-10; 2] genau eine Extremstelle.

4. Gegeben sei die Funktion $f(x) = (x-2)^2 \cdot x$. Wie lautet die Gleichung der Tangenten an das Schaubild K_f durch den Punkt $A(1|1)$?

Aufgabe 4

Gegeben sei die Funktion $f_t(x) = x^2(x+2t)$ mit $t \in \mathbb{R}$. Bestimme die Ortslinie der Funktion auf der alle Extrempunkte der Funktion liegen.