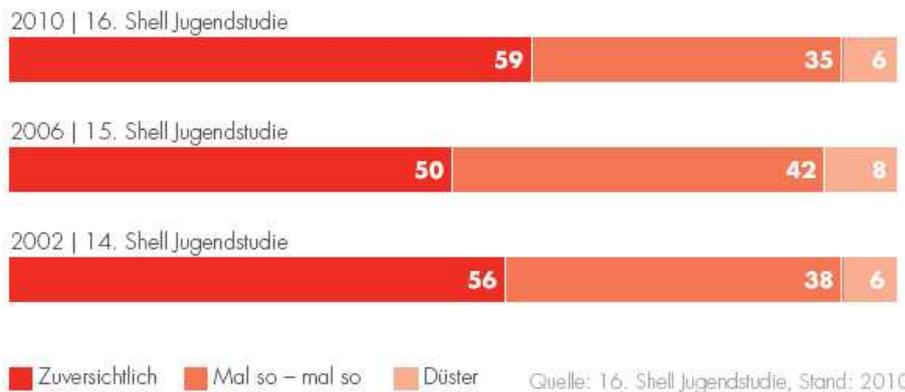


**Optimismus wieder im Aufwind: Wie die Jugendlichen ihre persönliche Zukunft sehen**  
 Jugendliche im Alter von 12 bis 25 Jahren (Angaben in %)



Die Angaben der Shell-Studie 2010 zum Prozentsatz der „zuversichtlichen Jugendlichen“ sollen anhand einer Stichprobe mit 50 Jugendlichen überprüft werden.

**Nr. 1:** Mit welchem Ergebnis müsste durchschnittlich bei einer Stichprobe gerechnet werden, wenn die Studie stimmt?

**Nr. 2:** Bei einer Stichprobe mit 50 Befragten geben 23 Jugendliche an, sie seien „zufrieden“. Bewerte dieses.

**Nr. 3:** Es wird behauptet, der angegebene Wert der Studie sei zu hoch angesetzt. Es gelte weiterhin der Wert des letzten Jahres. Führe einen Test durch (Signifikanzniveau 5%), um die Angaben der Studie von 2010 anzunehmen oder abzulehnen.

**Nr. 4:** Wie groß sind für den in Nr. 3 durchgeführten Test die Wahrscheinlichkeiten der Fehler 1. und 2. Art?

Hier knicken

**Lösungen:**

**Nr. 1:** Die Stichprobe zur Studie kann durch eine  $B_{50,0,59}$ -Verteilung simuliert werden. Der Erwartungswert dieser Zufallsvariablen liegt bei  $0,59 \cdot 50 \approx 29,5$ . Weil  $P(X=29) \approx 0,1126 < P(X=30) \approx 0,1134$ , ist  $E(X) = \mu = 30$ .

**Nr. 2:** Ein Stichprobenergebnis kann bewertet werden, indem die Abweichung vom E-Wert untersucht wird. Hierbei wird überprüft, in welchem  $\sigma$ -Intervall der Wert der Stichprobe liegt.  $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$ , also  $\sigma = \sqrt{50 \cdot 0,59 \cdot 0,41} \approx 3,48$ .  $\sigma$ -Intervall: [27;32];  $2\sigma$ -Intervall: [23;36];  $3\sigma$ -Intervall: [20;39]. Der Stichprobenwert liegt im  $2\sigma$ -Intervall.

**Nr. 3:**  $H_0: p = p_0 = 0,59$      $H_1: p = p_1 = 0,5$      $p_1 < p_0$ , also ist der Test linksseitig.  
 Annahmehbereich von  $H_0$ : [24;50], weil 24 das kleinste  $a$  ist mit  $P(X \leq a) \geq 5\%$ .  $P(X \leq 24) \approx 7,6\%$   
 $X=23$  liegt im Ablehnungsbereich. Die Angaben der Shell-Studie müssen zugunsten eines niedrigeren Werts abgelehnt werden. Die Irrtumswahrscheinlichkeit liegt für diese Entscheidung bei  $P(X \leq 23) \approx 4,3\%$ .

**Nr. 4:** Die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art ist die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\approx 4,3\%$ .  
 Die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art ist  $P(\text{Annahmehbereich, wenn } p_1 \text{ gilt}) = P(X \leq 23, p = p_1 = 0,5) \approx 33,6\%$ .