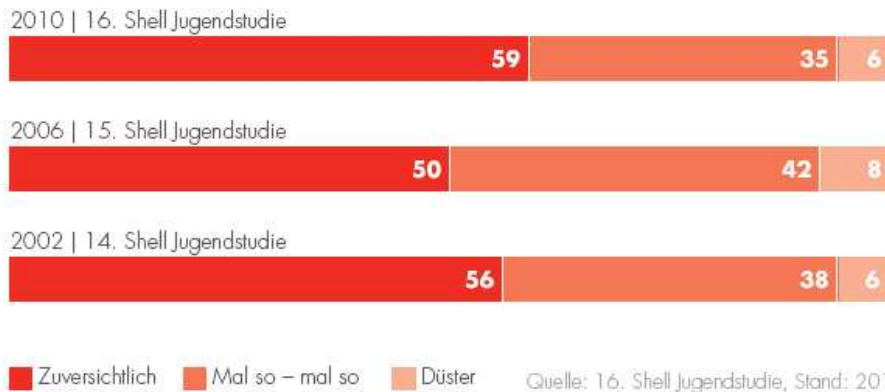


Optimismus wieder im Aufwind: Wie die Jugendlichen ihre persönliche Zukunft sehen
 Jugendliche im Alter von 12 bis 25 Jahren (Angaben in %)



Die Angaben der Shell-Studie 2010 zum Prozentsatz der „zuversichtlichen Jugendlichen“ sollen anhand einer Stichprobe mit 50 Jugendlichen überprüft werden.

Nr. 1: Mit welchem Ergebnis müsste durchschnittlich bei einer Stichprobe gerechnet werden, wenn die Studie stimmt?

Nr. 2: Bei einer Stichprobe mit 50 Befragten geben 23 Jugendliche an, sie seien „zufrieden“. Bewerte dieses.

Nr. 3: Es wird behauptet, der angegebene Wert der Studie sei zu hoch angesetzt. Es gelte weiterhin der Wert des letzten Jahres. Führe einen Test durch (Signifikanzniveau 5%), um die Angaben der Studie von 2010 anzunehmen oder abzulehnen.

Nr. 4: Wie groß sind für den in Nr. 3 durchgeführten Test die Wahrscheinlichkeiten der Fehler 1. und 2. Art?

Hier knicken

Lösungen:

Nr. 1: Die Stichprobe zur Studie kann durch eine $B_{50,0,59}$ -Verteilung simuliert werden. Der Erwartungswert dieser Zufallsvariablen liegt bei $0,59 \cdot 50 \approx 29,5$. Weil $P(X=29) \approx 0,1126 < P(X=30) \approx 0,1134$, ist $E(X) = \mu = 30$.

Nr. 2: Ein Stichprobenergebnis kann bewertet werden, indem die Abweichung vom E-Wert untersucht wird. Hierbei wird überprüft, in welchem σ -Intervall der Wert der Stichprobe liegt. $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$, also $\sigma = \sqrt{50 \cdot 0,59 \cdot 0,41} \approx 3,48$. σ -Intervall: [27;32]; 2σ -Intervall: [23;36]; 3σ -Intervall: [20;39]. Der Stichprobenwert liegt im 2σ -Intervall.

Nr. 3: $H_0: p = p_0 = 0,59$ $H_1: p = p_1 = 0,5$ $p_1 < p_0$, also ist der Test linksseitig.
 Annahmehbereich von H_0 : [24;50], weil 24 das kleinste a ist mit $P(X \leq a) \geq 5\%$. $P(X \leq 24) \approx 7,6\%$
 $X=23$ liegt im Ablehnungsbereich. Die Angaben der Shell-Studie müssen zugunsten eines niedrigeren Werts abgelehnt werden. Die Irrtumswahrscheinlichkeit liegt für diese Entscheidung bei $P(X \leq 23) \approx 4,3\%$.

Nr. 4: Die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art ist die Irrtumswahrscheinlichkeit $\approx 4,3\%$.
 Die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art ist $P(\text{Annahmehbereich, wenn } p_1 \text{ gilt}) = P(X \leq 23, p = p_1 = 0,5) \approx 33,6\%$.