Lösungen A3 bis A5

|Zu Aufgabe 3 (ohne GTR) Achtung: Die zwei Geraden müssen verschiedene Parameter haben!

Gegeben sind die Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}-6\\14\\15\end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix}6\\-7\\-6\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix}12\\-7\\-5\end{pmatrix} + l \cdot \begin{pmatrix}-6\\7\\6\end{pmatrix}$.

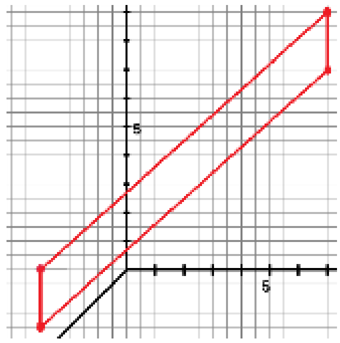
a) Zeichne beide Geraden in ein KS!
b) Bestimme die Lage von g und h zueinander und berechne ggf. den Schnittpunkt.
c) Berechne den Umfang der Figur, die durch die Schnittpunkte von g und h mit den Koordinatenebenen aufgespannt wird!
d) Um was für eine Figur handelt es sich? Begründe!

a) Die Gerade g schneidet die x_1-x_3-Ebene für k = 2 in P(6/0/3).
Die Gerade h schneidet die x_1-x_3-Ebene für l = 1 in Q(6/0/1). Damit gilt: |PQ|=2 LE.

Die Gerade g schneidet die x_2-x_3-Ebene für k = 1 in R(0/7/9). Damit gilt: |PR|=11 LE.
Die Gerade h schneidet die x_2-x_3-Ebene für l = 2 in S(0/7/7). Damit gilt: |RS|=2 LE und |QS|=11 LE.

b) g und h sind parallel, was man an den Richtungsvektoren sieht.

c); d) Die Strecken PQ und RS stehen jeweils senkrecht auf der x_1-x_2-Ebene und sind deshalb auch parallel zueinander. Das Parallelogramm QSRP hat den Umfang 26 LE.

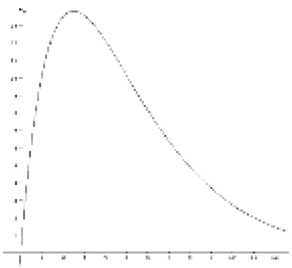


Zu Aufgabe 4 (mit Formelsammlung und GTR)

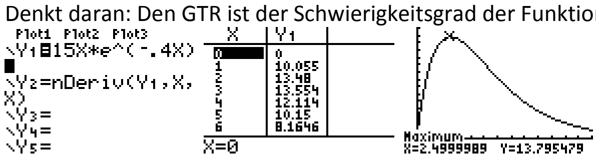
Durch $f(t) = 15t \cdot e^{-04t}$ wird die Konzentration eines Medikaments im Blut in $\frac{mg}{l}$ angegeben. t gibt dabei die Zeit in Stunden an!

a) Skizziere den Verlauf der Konzentration für die ersten 12 Stunden nach Einnahme!
b) Gib Zeitpunkt und Wert der höchsten Konzentration an!
c) Wie lange innerhalb der 12 Stunden ist die Konzentration höher als $5 \frac{mg}{l}$?
d) Zu welchen Zeitpunkten steigt bzw. fällt die Konzentration am stärksten?
e) Wie groß ist dann jeweils die Änderungsrate?

Lösung:

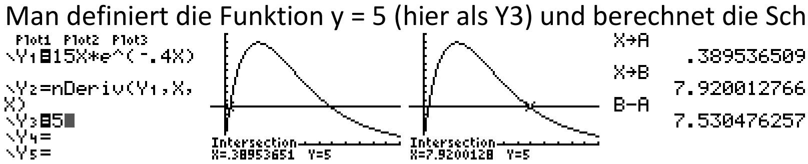


zu a) Wertetabelle als Grundlage für das Schaubild mit dem GTR:
Denkt daran: Den GTR ist der Schwierigkeitsgrad der Funktion egal ☺



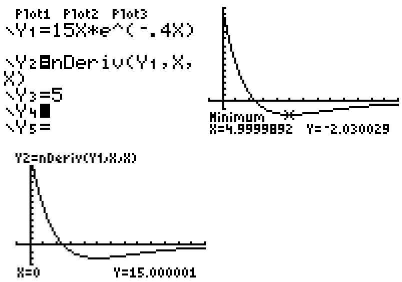
zu b) Nach 2 ½ Stunden beträgt die Konzentration 13,8 mg/l

zu c) Man definiert die Funktion y = 5 (hier als Y3) und berechnet die Schnittpunkte.



Ca. 7,5 Stunden ist die Konzentration höher als 5 mg/l.

d); e) Man berechnet die Extrema der Ableitung:
Nach fünf Stunden fällt die Konzentration am stärksten; die Änderungsrate f'(5) beträgt dann -2 $\frac{mg}{l \cdot h}$
Die Ableitung hat keinen Hochpunkt; ihr größter Wert liegt bei t = 0. Die Änderungsrate beträgt am Anfang f'(0)=15 $\frac{mg}{l \cdot h}$

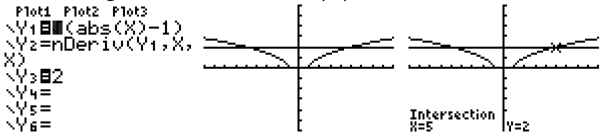


Lösungen A3 bis A5

Aufgabe 5 → S. 53 Nr. 7

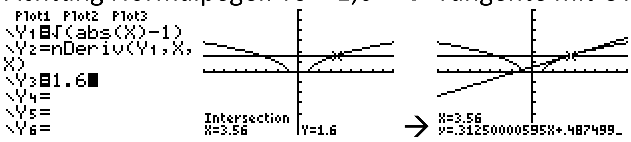
Änderung der Formulierung von Aufgabe c):
Ein kritischer Pegel wird erreicht, wenn der Neigungswinkel des Ufers direkt am Wasser kleiner als 15° ist.

zu a) Bemerkung: Wenn man das mit |x| nicht weiß, bekommt man nur das rechte Ufer. Das macht aber nichts.



Die Wasser oberfläche ist 10 m breit.

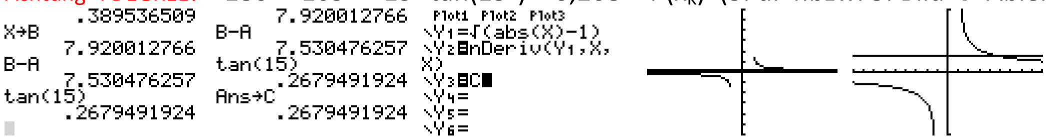
zu b) Achtung Normalpegel: Y3 = 1,6 → Tangente mit GTR:



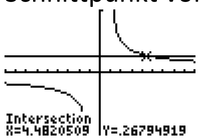
Im 2. Bild: x = 3,56 → In 2nd DRAW → Tangente

x = 10 in t: y = 0,3125x + 0,4875 ergibt y = 3,6125 Der Beobachter steht mit y = 5 höher und kann also die gesamte Wasserfläche einsehen.

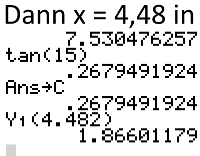
zu c) Achtung °: DEGREE! 180° - 165° = 15° tan(15°) = 0,268 = f'(x_K) (3. u. 4.bzw. 5. Bild → Ableitung)



Schnittpunkt von Y3 = 0,27 und Y2 = f'(x) → Dann x = 4,48 in die Ausgangsfunktion einsetzen:



→



Der kritische Pegel ist 1,87 m.

Nachtrag zur Tangente in Aufgabe b: Das geht auch ohne GTR, ist aber hier nicht notwendig.

$$f(x) = \sqrt{x-1} = (x-1)^{\frac{1}{2}} \to f'(x) = \frac{1}{2}(x-1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$$

f(x) = 1,6 →

$$\sqrt{x-1} = 1{,}6 \,|(\ \ )^2$$
$$x - 1 = 2{,}56$$
$$x = 3{,}56$$

Das lieferte oben der Schnittpunkt.

$$f'(3{,}56) = \frac{1}{2\sqrt{3{,}56-1}} = \frac{1}{2\cdot 1{,}6} = \frac{1}{\frac{32}{10}} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16} = 0{,}3125$$

Tangente t: y = mx + c
mit y = 1,6
m = 0,3125
x = 3,56 → c = 1,6 – 0,3125 · 3,56 = 1,6 – 1,1125 = 0,4875

Daraus ergibt sich für t: y = 0,3125x + 0,4875 (siehe oben; der GTR kann das auch ☺)