Martin Wellmann

Lösungen Aufgabe 1 und 2

Zu Aufgabe 1 (ohne GTR)
Das Schaubild K_g einer Funktion dritten Grades hat die Extrempunkte H(2/0) und T(1/-2).
Gib die Funktionsgleichung an. (Übe an diesem Beispiel ruhig auch die Lösung mit GTR!)

Lösung: f(x)=ax³+bx²+cx+d; f'(x)=3ax²+2bx+c Damit ergeben sich vier Gleichungen:

I	f(2)=0	8a +	4b + 2c + 1d	= 0
II	f'(2)=0	12a +	4b + 1c	= 0
III	f(1)=-2	1a +	1b + 1c + 1d	= -2
IV	f'(1)=0	3a +	2b + 1c	= 0

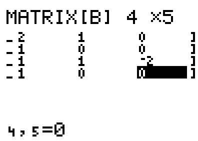
I – III	→ I'	7a +	3b + 1c	= 2
II	→ II'	12a +	4b + 1c	= 0
IV	→ III'	3a +	2b + 1c	= 0

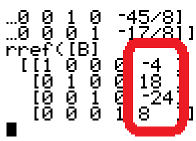
II' - I'		5a +	1b	= -2
I' – III'		4a +	1b	= 2
	→	a		= -4
	→	b		= 18
	→	c		= -24
	→	d		= 8

$$f(x) = -4x^3 + 18x^2 - 24x + 8$$

Oder mit GTR:

I	f(2)=0	8a +	4b + 2c + 1d	= 0
II	f'(2)=0	12a +	4b + 1c	= 0
III	f(1)=-2	1a +	1b + 1c + 1d	= -2
IV	f'(1)=0	3a +	2b + 1c	= 0





Lösungen Aufgabe 1 und 2

Zu Aufgabe 2 (ohne GTR)

a) Gegeben ist die Funktion $f(x) = 4x^3 - 18x^2 + 24x - 10$.
Führe eine KD durch (Schnittpunkte, Extrema, Wendepunkte, Zeichnung)!

b) Gegeben ist $x_B = 0{,}5$. Gib die Gleichungen der Tangente t an K_f in $B(x_B /f(x_B))$ und die Gleichungen der Normale n zu K_f in $B(x_B /f(x_B))$ an.

c) Die y-Achse; n und t begrenzen eine Dreieck. Schraffiere das Dreieck im Koordinatensystem!

d) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks!

Lösung:

$f(x) = 4x^3 - 18x^2 + 24x - 10$

$f'(x) = 12x^2 - 36x + 24 = 12(x^2 - 3x + 2) = 12 \cdot (x-2) \cdot (x-1)$

$f''(x) = 24x - 36 = 24(x - 1{,}5)$

Schnittpunkte: $f(x) = 4x^3 - 18x^2 + 24x - 10 = 0$

Durch probieren erhält man f(1) = 0 → $x_1 = 1$

Polynomdivision: $(4x^3 - 18x^2 + 24x - 10):(x-1) = 4x^2 - 14x + 10 = 4(x^2 - 3{,}5x + 2{,}5)$

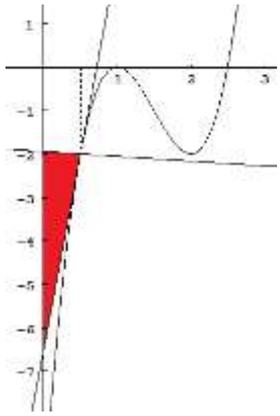
Mit p-q-Formel: $x_{2,3} = \frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16} - \frac{40}{16}} = \frac{7}{4} \pm \frac{3}{4}$ → N_2 = $N_1(1/0)$; $N_2(2{,}5/0)$

Extrempunkte: $f'(x) = 0 \rightarrow (x-2) \cdot (x-1) = 0$

$x_{E1} = 2$ f''(2) = 12 > 0 f(2) = -2 → T(2/-2)

$x_{E2} = 1$ f''(1) = -12 <0 f(1) = 0 → H(1/0)

Wendepunkte: f''(x) = 0 → $x_W = 1{,}5$ f'''(x) = 24 >0 → W(1,5/-1)



B(0,5/-2) f'(0,5) = 9

t: $y = 9x - 6{,}5$

n: $y = -\frac{1}{9}x - \frac{35}{18}$

A = 0,5·g·h mit h = 0,5 und g = $-\frac{35}{18} - (-6{,}5) = \frac{41}{9}$

A = $\frac{41}{36}$ FE.