Lösungsblatt 3 für das Übungsblatt vom 30.05.

Lösung zu A6

a) Es werden zwei Kugeln mit Zurücklegen gezogen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen?

$P(\text{"blau"})=\frac{3}{10} \rightarrow P(\text{"blau-blau"})=\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}=0{,}09$

$P(\text{"rot"})=\frac{2}{10} \rightarrow P(\text{"rot-rot"})=\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}=0{,}04$

$P(\text{"schwarz"})=\frac{5}{10} \rightarrow P(\text{"schwarz-schwarz"})=\frac{5}{10}\cdot\frac{5}{10}=0{,}25$

$P(\text{"zwei gleichfarbige Kugeln"})=0{,}09+0{,}04+0{,}25=0{,}38=38\%$

b) Es werden drei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden roten Kugeln dabei sind?

Das Baumdiagramm hat $3^3 = 27$ Enden, wenn man alle drei Farben unterscheidet.
Es hat $2^3 = 8$ Enden, wenn man nur zwei Fälle (rot → r und nicht rot → sb) unterscheidet. →

$P(\text{"rot"})=\frac{2}{10}$ und $P(\text{"nicht rot"})=\frac{8}{10}$

$P(\text{"zwei rote"})=$

$P(\text{"r - r - sb"}) + P(\text{"r - sb - r"}) + P(\text{" sb -r- r"}) =$

$$\frac{2}{10}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{8}{8} + \frac{2}{10}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{1}{8} + \frac{8}{10}\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{8} = 3\cdot\frac{16}{720}=\frac{16}{240}=\frac{1}{15}$$

c) Bei einem Spiel werden aus oben erwähnter Urne zwei Kugeln mit einem Griff (Ohne Zurücklegen!) gezogen.
Der Einsatz beträgt 1,00 Euro. Man gewinnt nur dann, wenn man eine rote und eine blaue Kugel zieht. Wie hoch muss der Gewinn sein, damit das Spiel fair ist?

$$P(\text{"r - b"})=\frac{2}{10}\cdot\frac{3}{9}= P(\text{"b - r"})=\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}=\frac{1}{15}\rightarrow P(\text{"gewonnen"})=\frac{2}{15}\ und\ P(\text{"verloren"})=\frac{13}{15}$$

Faires Spiel: $\frac{2}{15}\cdot g+\frac{13}{15}\cdot(-1)=\mathbf{0} \rightarrow \frac{2}{15}\cdot g=\frac{13}{15} \rightarrow g=\frac{13}{2}=6{,}5$

Wenn der Gewinn 6,50€ beträgt, ist das Spiel fair. Die Auszahlung muss also 7,50 Euro betragen.

Lösung zu A7

Eine Urne enthält 3 blaue Kugeln **(b)** und eine unbekannte Anzahl gelbe Kugeln **(g)**. Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Wie viele gelbe Kugeln waren vorhanden, wenn die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kugeln blau sind, 30% beträgt?

b = 3; g ; n = b + g → g = n - 3

$$P(\text{"b - b"})=\frac{3}{n}\cdot\frac{2}{n-1}=\frac{6}{n^2-n}=0{,}3 \rightarrow 0{,}3\cdot(n^2-n)=6 \rightarrow n^2-n=20$$

$$\rightarrow n^2-n-20=0 \quad \rightarrow p-q-Formel$$

$$n_{1,2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+20}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{81}{4}}$$

$$n_1=\frac{1}{2}+\frac{9}{2}=5$$

$$n_2=\frac{1}{2}-\frac{9}{2}=-4\ (entfällt)$$

Es waren insgesamt 5 Kugeln und damit zwei gelbe Kugeln in der Urne.

Probe (nicht vorgeschrieben!): $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0{,}3=30\%$