17.11.2009 **Lösung Aufgabe 10** Martin Wellmann

---

zu c) Ohne GTR: $f(x) = x^2 - x^4$

In dieser ist die Stammfunktion leicht zu bilden und man erkennt, dass das Schaubild symmetrisch zur y - Achse und nach unten geöffnet ist („-“ vor x^4)

$$f(x) = x^2 - x^4 = -x^2(x^2-1) = -x^2(x-1)(x+1)$$ Man erkennt Nullstellen -1; 0 und 1

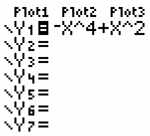
$$\int_{-1}^{0} f(x)dx = \left[-\frac{x^5}{5}+\frac{3^3}{3}\right]_{-1}^{0} = 0-\left(-\frac{(-1)^5}{5}+\frac{(-1)^3}{3}\right) = -\frac{1}{5}+\frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

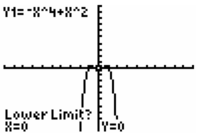
$$\int_{0}^{1} f(x)dx = \left[-\frac{x^5}{5}+\frac{3^3}{3}\right]_{0}^{1} = -\frac{1^5}{5}+\frac{1^3}{3}-0 = -\frac{1}{5}+\frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx = \left[-\frac{x^5}{5}+\frac{3^3}{3}\right]_{1}^{1} = -\frac{1^5}{5}+\frac{1^3}{3}-\left(-\frac{(-1)^5}{5}+\frac{(-1)^3}{3}\right) = -\frac{1}{5}+\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

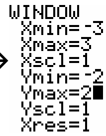
Man sieht also, dass in dem Fall, dass sich im Innern des Intervalls ein Berührpunkt ohne Vorzeichenwechsel befindet, dieser ignoriert werden kann.

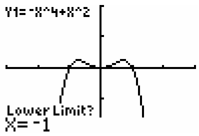
zu c) Mit GTR:

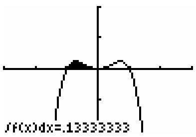


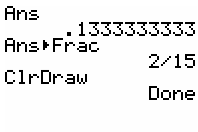


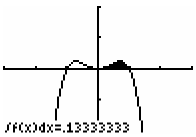
→ Man sieht kaum etwas →

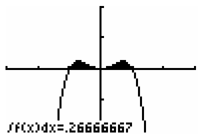


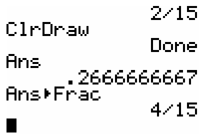












---

zu d) Die Achsen und das Schaubild von g(x) = $\sqrt{4-x}$ begrenzen eine Fläche! Berechne den Inhalt!

Ohne GTR:

f(0) = 2 und $D = \left]-\infty;4\right]$, das heißt mit „die Achsen“ sind die positive x - und die positive y - Achse gemeint. Die Integrationsgrenzen sind als 0 und 4. Skizze siehe „Mit dem GTR“

$$A = \int_{0}^{4} \sqrt{-x+4}dx = \left[-\frac{2}{3}\sqrt{(-x+4)^3}\right]_{0}^{4} = 0-\left(-\frac{2}{3}\sqrt{64}\right) = \frac{16}{3} = 5,\overline{3}$$

zu d) Mit GTR: