

Übung 6.3.2012

Ohne Hilfsmittel

Lösung der Aufgabe 7

Teil a)

$$\begin{aligned} m(t) &= m(0) \cdot e^{kt} \\ m(t+2) &= m(0) \cdot e^{k(t+2)} \\ &= m(0) \cdot e^{kt} \cdot e^{2k} \\ &= m(t) \cdot e^{2k} \end{aligned}$$

$$\rightarrow e^{2k} = \frac{m(t+2)}{m(t)} = \frac{m(4)}{m(2)} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

$$\rightarrow e^{2k} = \frac{m(2)}{m(0)} = \frac{5}{6}$$

$$\rightarrow 1.) m(0) = \frac{m(2)}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5} \cdot 30g = 36g \quad (\text{Masse zu Beginn des Zerfalls})$$

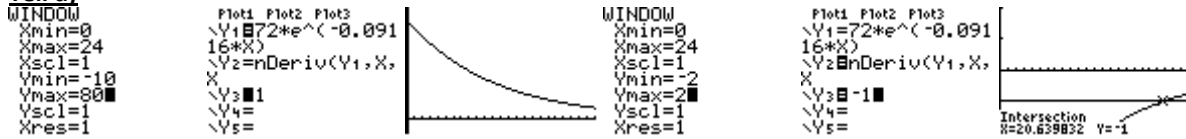
Teil b)

$$\begin{aligned} \rightarrow 2.) 2k &= \ln\left(\frac{5}{6}\right) \rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{5}{6}\right)}{2} = -0,09116 \\ m(t) &= 36 \cdot e^{-0,9116t} \end{aligned}$$

Teil c)

$$n(t) = 2 \cdot m(t) = 36 \cdot e^{-0,9116t} \rightarrow n(t) \text{ weicht um } 100\% \text{ von } m(t) \text{ ab.}$$

Teil d)



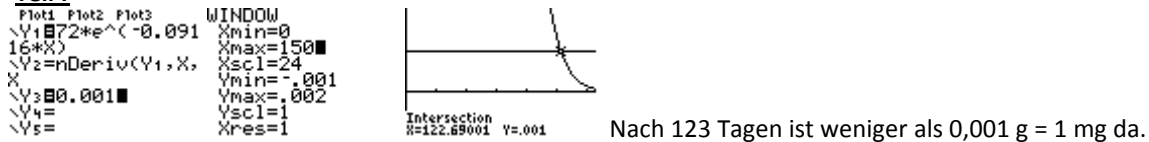
Nach 21 Stunden zerfällt weniger als 1g pro Stunde.

Teil e

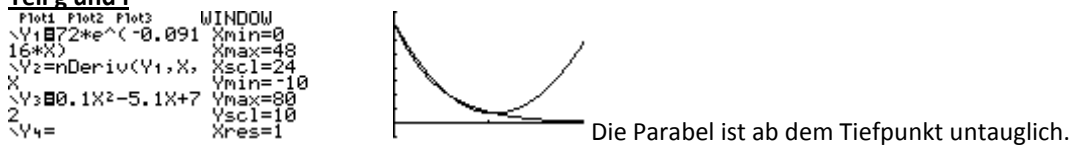
$$n(t) = 72 \cdot e^{-0,9116t} \rightarrow n'(t) = -0,9116 \cdot 72 \cdot e^{-0,9116t} \rightarrow n''(t) = (-0,9116)^2 \cdot 72 \cdot e^{-0,9116t} > 0$$

$n(t)$ ist immer positiv, $n'(t)$ ist immer negativ, die Ableitung von $n'(t)$, also $n''(t)$ ist immer positiv. Das bedeutet, dass $n'(t)$ negativ ist und wächst, d.h. der Betrag von $n'(t)$ wird immer kleiner.

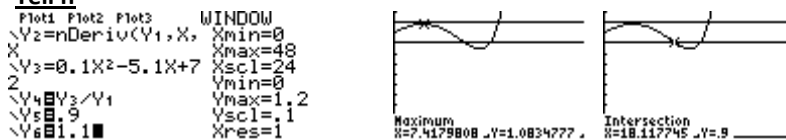
Teil f



Teil g und i



Teil h



Nach ca. 18 Stunden weicht $p(t)$ um mehr als 10 % von $n(t)$ ab.