Lösungen

1. Binomische Formeln → Berechne:

a)
$$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

b)
$$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

c)
$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

2. Binomische Formel "rückwärts" → Stelle als Quadrat einer Summe dar:

a)
$$x^2 + 2xb + b^2 = (x+b)^2$$

b)
$$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$$

c)
$$x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2$$

3. Ergänze den Term und stelle als Quadrat einer Summe dar:

a)
$$z^2 + 2zb + b^2 = (z + b)^2$$

b)
$$x^2 + 2x \cdot 7 + 49 = (x + 7)^2$$

c)
$$x^2 + 16x + 64 = (x+8)^2$$

5. Führe die quadratische Ergänzung durch:

a)
$$x^2 - 10x = (x - 5)^2 - 25$$

b)
$$x^2 + 12x + 35 = (x+6)^2 - 1$$

c)
$$x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$

6. Löse die Gleichungen mittels quadratischer Ergänzung:

a)
$$x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow (x+2)^2 - 1 = 0 \rightarrow (x+2)^2 = 1 \rightarrow x_1 = -1 \rightarrow x_2 = -3$$

b)
$$x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow (x-1)^2 - 25 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 25 \rightarrow x_1 = 6 \rightarrow x_2 = -4$$

c)
$$x^{2} + px + q = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^{2} - \left(\frac{p}{2}\right)^{2} + q$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^{2} = \left(\frac{p}{2}\right)^{2} - q$$

$$\Rightarrow x_{1} = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^{2} - q}$$

$$\Rightarrow x_{2} = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^{2} - q}$$